



**APOYO A LA INVESTIGACIÓN EN SISTEMAS
LUZ-MATERIA EN ACOPLAMIENTO
ULTRA-FUERTE**

Autor:

Luis Alberto De la Rosa Báez

Asesor :

Dr. Miguel Angel Bastarrachea Magnani

Servicio Social

1º de junio 2021 al 1º de enero 2022

Departamento de Física
División de Ciencias Básicas e Ingenierías.
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Índice

1. ¿Qué es el régimen de acoplamiento ultra-fuerte?	5
2. Modelos de acoplamiento luz-materia	7
2.1. Hamiltoniano electromagnético.	7
2.2. El modelo de Rabi	8
2.3. El modelo de Jaynes-Cummings	9
2.4. El modelo de Dicke	10
2.5. El modelo de Tavis-Cummings	12
2.6. El modelo de Hopfield	12
3. Propiedades de sistemas con USC	13
3.1. Propiedades del Estado base	13
3.2. Término diamagnético	13
4. Sistemas donde ocurre el USC	16
4.1. Polaritones entre subbandas (intersubbanda-plasmón).	16
4.2. Circuitos superconductores.	17
4.3. Acoplamientos capacitivos	18
4.4. Polaritones de Landau (Inter-Landau Transitions)	21
4.5. Polaritones plamón-fonón	23
4.6. Excitones-polaritones (pozos cuánticos semiconductores)	24
4.7. Moléculas orgánicas en cavidades	26
4.8. Sistemas optomecánicos	27
4.9. Magnones en cavidades de microondas	27
5. Aplicaciones del USC	29
5.1. Fotones virtuales (excitaciones virtuales)	29
5.2. Transición de fase superradiante	31
5.3. Superconductores en cavidades	32
5.4. Materiales cuánticos	32
5.5. Estados vestidos	33
5.6. Procesamiento de información cuántica	34
5.7. Computación cuántica	34
5.7.1. Computación cuántica ultrarrápida	35
5.7.2. Qubits protegidos	35
5.8. Modificación de fenómenos cuánticos estandar	36
5.9. Óptica no lineal	36
5.10. Química con USC	37
5.11. Sistemas disipativos	37
5.12. Simulaciones cuánticas y simulación de acoplamiento ultra-fuerte	39
5.12.1. Modelo cuántico de Rabi con circuitos superconductores y el modelo de Jaynes-Cummings	40
5.13. Simulación de Átomos ultra-fríos	41
5.14. Simulación de Física de Dirac	42

Resumen

Los polaritones son cuasi-partículas, en parte luz y en parte materia que surgen gracias a la interacción fuerte entre luz y materia y que permiten el estudio de fenómenos ópticos no lineales. Cuando la fuerza de interacción luz-materia es de una fracción considerable a la energía de la frecuencia de cavidad (ω_0), alrededor del 10 %, entonces se obtiene el régimen de acoplamiento ultra-fuerte (USC) en el cual es posible tener interacciones más eficientes entre la luz y la materia. Gracias a esto algunas aplicaciones son posibles como la corrección de errores cuánticos, simulaciones cuánticas de sistemas complejos y sobre todo el desarrollo de láseres mas potentes y mas eficaces, entre otras. Estudios recientes reportan haber alcanzado el régimen USC en sistemas como los excitones-polaritones en materiales orgánicos dentro de microcavidades. Debido a que es un tema muy reciente y novedoso se cuenta con muy poco material disponible en inglés. Estas notas tienen como propósito llevar el tema al alcance de más miembros de la comunidad para hacer sea más fácil introducirse en el estudio de la interacción luz-materia.

1. ¿Qué es el régimen de acoplamiento ultra-fuerte?

En una cavidad donde se introduce materia, hay cuatro cantidades para caracterizar los diferentes regímenes de acoplamiento entre luz y materia. Estas cantidades son: ω_c (energía del fotón en modo cavidad), g (fuerza de acoplamiento luz-materia), k (tasa de decaimiento de fotones de la cavidad) y γ (tasa de decaimiento de la materia no radiactiva). Con esto podemos definir la vida útil del foton como:

$$\tau_{cav} = k^{-1},$$

Además, el factor de calidad de la cavidad es:

$$Q = \omega_c \tau_{cav}.$$

Por otro lado se tiene que el modelo que describe el sistema cavidad-materia es el Hamiltoniano:

$$H = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_a \hat{b}^\dagger \hat{b} + i\hbar g (\hat{a}^\dagger \hat{b} - \hat{b}^\dagger \hat{a}), \quad (1)$$

donde:

- \hat{a}^\dagger y \hat{a} son los operadores de creación y aniquilación para los fotones en la cavidad, respectivamente.
- \hat{b}^\dagger y \hat{b} son las excitaciones de la materia.

Este Hamiltoniano, incluye solo los denominados términos de acoplamiento rotantes, para los cuales se conserva el número total de fotones y excitaciones de la materia. Cuando la frecuencia de resonancia de la materia (ω_a) es igual a ω_c (frecuencia de la cavidad), entonces $\omega_a = \omega_c \equiv \omega_0$, es decir, estan en resonancia. Sin embargo, éstas frecuencias nos darán la energía del sistema pues en general $E = \hbar\omega$, donde $\hbar = 1$. Las frecuencias o energías propias del sistema acoplado se obtienen al diagonalizar la Ec.(1) y calculando los valores propios de la misma, de tal forma que se puede escribir como: $\omega_\pm = \omega_0 + g$, correspondiente al polariton inferior(LP) y al polariton superior(UP), los cuales son una combinación lineal de materia y luz. La diferencia de frecuencia entre ellos, $2g$, se llama *División de vacío de Rabi* (VRS), ver Fig.1.

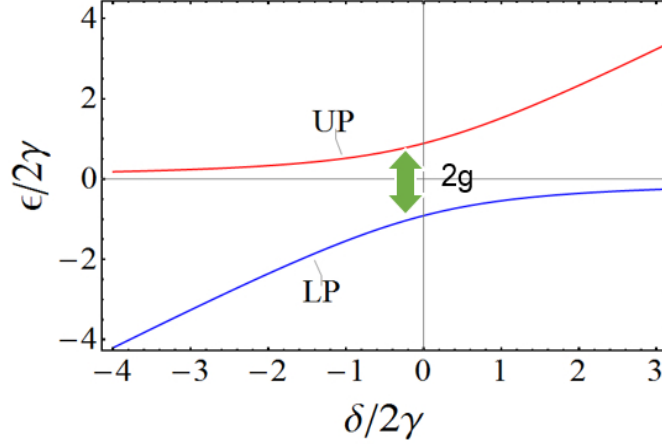


Figura 1: Espectro de energía donde se representan los polaritones superior (línea roja) e inferior (línea azul) y la VRS (flecha verde).

Entonces, el acoplamiento fuerte (SC) se logra cuando el VRS, $2g$, es mayor que la mitad del valor de la superposición de las tasas de decaimiento de la materia y la luz:

$$2g > \frac{(k + \gamma)}{2},$$

y el acoplamiento ultrafuerte (USC) se logra cuando g se convierte en una fracción considerable de ω_0 (10%). Algunos definen como $\frac{g}{\omega_0} > 1$ al acoplamiento fuerte profundo (DSC) [25]. Aquí los procesos perturbativos de orden superior no solo son observables sino que pueden volverse dominantes.

Para medir la fuerza del acoplamiento se usa:

$$C \equiv \frac{4g^2}{k\gamma} \quad , \quad \eta \equiv \frac{g}{\omega_0},$$

donde C es el parámetro de cooperatividad y η es la fuerza de acoplamiento generalizada. Entonces, usando estos parámetros podemos definir los tres regímenes principales de acoplamiento entre luz-materia [9, 47] como:

$$SC : 2g > \frac{(k + \gamma)}{2} \quad o \quad C > 1,$$

$$USC : \eta > 0,1,$$

$$DSC : \eta > 1.$$

Si el acoplamiento es fuerte o débil depende de si g es mayor que las pérdidas en el sistema. USC no es SC con acoplamientos más grandes, su definición no implica el valor de las pérdidas sino que compara g con las energías en el sistema. Por lo tanto, es posible que un sistema esté en el régimen de USC sin tener SC si las pérdidas son grandes, es decir, USC se puede lograr si g es mayor que la energía en el sistema y por lo tanto las pérdidas son grandes. En cambio, la relación η que define USC determina hasta qué punto se pueden hacer aproximaciones en modelos para la interacción luz-materia.

El régimen de USC, $0,1 \leq g/\omega < 1$, se puede dividir en una región perturbativa, $0,1 \lesssim g/\omega \lesssim 0,3$, y una región no perturbativa, $0,3 \lesssim g/\omega \lesssim 1$ [98], sin embargo, de esto hablaremos mas adelante cuando lleguemos a la sección de los modelos de acoplamiento.

2. Modelos de acoplamiento luz-materia

La interacción luz-materia se puede dividir en dos partes:

	1 átomo	N átomos
Sin RWA	Modelo cuántico de Rabi	Modelo Dicke , Modelo Hopfield
Con RWA	Modelo Jaynes–Cummings	Modelo Tavis–Cummings

En el *modelo cuántico de Rabi* y el *modelo de James-Cummings* la materia se acopla con un solo modo fotónico (la materia esta aproximada como un sólo átomo de dos niveles). La diferencia entre los dos modelos es que el primero adopta la aproximación de onda rotante (RWA), es decir, ignora los términos contrarrotantes (CRT) cuando las frecuencias de la luz y la materia están cerca de la resonancia.

Cuando se consideran N átomos de dos niveles, estos modelos se denominan *Modelos de Tavis-Cummings* y *Modelo de Dicke*. Por otro lado cuando la materia se aproxima como una sola excitación bosónica como en H, Ec.(1), el modelo se convierte en el *Modelo de Hopfield*. En esta sección se describirá cada modelo, tomando en cuenta sus características principales.

Ya que este trabajo es sobre el USC se debe resaltar que el RWA no está justificado en el régimen de la USC, cuando entran en juego todos los términos de la interacción luz-materia.

2.1. Hamiltoniano electromagnético.

Comenzaremos describiendo el Hamiltoniano electromagnético, de forma general, para poco a poco ir describiendo cada uno de los modelos mencionados anteriormente.

El Hamiltoniano que describe los campos electromagnéticos y las partículas cargadas es:

$$\hat{H}_v = \int dr \left[\frac{\epsilon_0 \hat{E}_\perp(r)^2}{2} + \frac{\hat{B}^2}{2\mu_0} \right] + \sum_{j=1}^N \frac{[\hat{P}_j - e_j \hat{A}(r_j)]^2}{2m_j} + \hat{V}(\hat{r}_j), \quad (2)$$

y se conoce como el *Hamiltoniano de acoplamiento mínimo* [93], la Ec.(2) es claramente diferente a la Ec.(1) ya que ésta solo describe el sistema cavidad-materia y no campos electromagnéticos. Esto se obtiene de la norma de Coulomb ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) por la transformación de Legendre de un Lagrangiano el cual describe las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones de movimiento de Newton con la fuerza de Lorentz. Los términos $\hat{E}_\perp = \frac{-\hat{\Pi}(r)}{\epsilon_0}$ y $\hat{B} = \nabla \times \hat{A}(r)$ son las energías de los componentes transversales del campo eléctrico y magnético donde $\hat{A}(r)$ es el vector potencial y $\hat{\Pi}(r)$ es el momento conjugado que satisface $[\hat{A}(r), \hat{\Pi}(r')] = \delta_\perp(r - r')$ donde $\delta_\perp(r) = \delta(r)\mathbb{I} - (2\pi)^{-3} \int dk (\frac{kk}{K^2}) e^{ik \cdot r}$ es la diada transversal de la función delta [93]. El tercer término representa la energía cinética de las partículas cargadas; \hat{r}_j y \hat{P}_j son la posición y el momento de la partícula j-ésima con masa m_j y carga

e_j , además \hat{r}_j y \hat{P}_j satisfacen $[\hat{r}_j, \hat{P}_j] = i\hbar\delta_{j,j'}\mathbb{I}$ y N es el número de partículas cargadas. El último término representa la interacción de Coulomb. La interacción entre los campos electromagnéticos y las partículas cargadas son obtenidos expandiendo el tercer término.

Podemos transformar el Hamiltoniano de acoplamiento mínimo a una forma diferente si definimos la polarización eléctrica como $\hat{P}(r) \equiv \sum_{j=1}^N e_j \hat{r}_j \delta(r - R_j)$ donde R_j es la posición de la j -ésima partícula. La distancia entre las partículas $|\hat{r}_j - R_j|$ es mucho mas corta que la longitud de onda de interés. Si sumamos un operador unitario tipo: $\hat{U} \equiv e^{(i\hbar)^{-1} \int dr \hat{A}(r) \cdot \hat{P}(r)}$, entonces obtenemos un Hamiltoniano de la forma $\hat{H}_l = \hat{U} \hat{H}_v \hat{U}^\dagger$, esto es:

$$\hat{H}_l = \int dr \left[\frac{[\hat{D}(r) - \hat{P}_\perp(r)]^2}{2\epsilon_0} + \frac{\hat{B}(r)^2}{2\mu_0} \right] + \sum_{j=1}^N \frac{\hat{P}_j^2}{2m_j} + V(\hat{r}_j), \quad (3)$$

donde se usó las relaciones: $\hat{U} \hat{\Pi}(r) \hat{U}^\dagger = \hat{\Pi}(r) + \hat{P}_\perp(r)$ y $\hat{P}_j + e_j \hat{A}(R_j) = \hat{U} \hat{P}_j(r) \hat{U}^\dagger$ para la componenete transversal de la polarización eléctrica $\hat{P}_\perp(r) = \int dr' \delta_\perp(r - r') \cdot \hat{P}(r)$. En esta forma, la interacción entre los campos electromagnéticos y las partículas cargadas es obtenida expandiendo el primer término, el cual representa la energía del campo eléctrico transversal pero está descrito por el campo de desplazamiento eléctrico $\hat{D}(r) = -\hat{\Pi}(r)$ y la polarización eléctrica transversal $\hat{P}_\perp(r)$. Esta transformación se conoce como *Transformación de Power - Zienau - Woolley* [4].

Las ecuaciones (2) y (3) están en la forma de velocidad y longitud respectivamente. Estas dos formas son importantes pues dan la misma física en la aproximación de longitud de onda larga que es cuando la distancia entre las partículas es mucho mas corta que la longitud de onda con la que se quiere trabajar.

Hay algunos sistemas donde se truncan algunos de los niveles de materia y modos electromagnéticos. Por ejemplo, en un semiconductor QW hay mas de dos subbandas en las bandas de conducción y valencia y muchos modos de cavidad en una cavidad de Fabry-Pérot, pero casi siempre solo se toman dos subbandas y un modo de cavidad, esta es la forma mas conocida de truncamiento. Si realizamos dicho truncamiento \hat{H}_v y \hat{H}_l ya no se relacionan entre sí a través de una transformada unitaria, es decir, ya no son equivalentes y por lo tanto, dan diferentes dinámicas. Dicho truncamiento es justificado (y los Hamiltonianos se vuelven aproximadamente equivalentes) sólo cuando los niveles y modos ignorados existen lejos del rango de frecuencias de interés. En el régimen del USC, el rango de frecuencias de interés se vuelve muy grande y el truncamiento con frecuencia se vuelve crucial [4].

De este modo \hat{H}_l proporciona una mejor aproximación en el caso de transiciones de dipolo eléctrico y \hat{H}_v puede dar el mismo nivel de aproximación si se transforma adecuadamente el potencial de Coulomb V bajo un truncamiento y se pueden obtener todos los Hamiltonianos aproximados de ambas formas (\hat{H}_l y \hat{H}_v) por truncamiento de niveles de materia.

2.2. El modelo de Rabi

El modelo de Rabi [95, 121] fue introducido por Isidor Rabi en 1936 para describir la interacción entre un campo bosónico monomodo (como un modo de cavidad con frecuencia

ω_c) y un sistema genérico de dos niveles (o un qubit, con división de niveles ω_q), es decir, el acoplamiento semiclásico de un átomo de dos niveles con una onda electromagnética monocromática clásica. Este modelo es uno de los más simples y fundamentales de interacción luz-materia. El modelo viene dado por el Hamiltoniano ($\hbar = 1$):

$$\hat{H}_{Rabi} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \omega_q \hat{\sigma}_z + \hat{H}_{int}, \quad (4)$$

$$\hat{H}_{int} = g \hat{X} \hat{\sigma}_x = g_1 (\hat{a} \hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-) + g_2 (\hat{a} \hat{\sigma}_- + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_+), \quad (5)$$

que hoy en día se conoce como el modelo cuántico de Rabi y donde:

- \hat{a} y \hat{a}^\dagger son los operadores de aniquilación y creación del modo cavidad, respectivamente.
- $\hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e|$ y $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|$ son los operadores de subida y bajada entre los estados de tierra ($|g\rangle$) y excitado ($|e\rangle$) de un sistema de dos niveles dado.
- $\hat{\sigma}_x = (\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+)$ y $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ son operadores de Pauli.
- $\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$ es el operador de posición canónica del campo eléctrico del modo de cavidad.

La ecuación (4) describe el acoplamiento dipolar entre un átomo de dos niveles, que podría ser un átomo natural o un sistema efectivo de dos niveles diseñado a partir de un dispositivo de estado sólido, y un modo de campo electromagnético cuantificado. Por simplicidad, ignoramos la energía del campo de vacío en el Hamiltoniano libre en la ecuación (4). g , g_1 y g_2 denotan fuerzas de acoplamiento de materia ligera.

El modelo Rabi funciona para describir la interacción entre dos osciladores armónicos acoplados. Ésta es una descripción eficaz de muchos sistemas en los que la luz no está acoplada a un solo átomo o molécula, sino a un conjunto de ellos.

También se han investigado extensiones del QRM considerando el modelo anisotrópico de Rabi [121], incluidas discusiones sobre el término A^2 [78] que se verá más adelante.

2.3. El modelo de Jaynes-Cummings

En el modelo cuántico de Rabi, Ec.(4), $g = g_1 = g_2$, pero si en la Ec.(5) entonces se establece $g_2 = 0$ [61] se obtiene el modelo de Jaynes-Cummings.

En el llamado régimen JC [65] se considera la aproximación de onda rotante, es decir, se desprecian los términos $\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_+$ y $\hat{a} \hat{\sigma}_-$ que son los términos contrarrotantes que se mencionaron anteriormente, pues contribuyen débilmente a la dinámica cuando $g/\omega \ll 1$. Los otros dos términos que interactúan $\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-$ y $\hat{a} \hat{\sigma}_+$ son estacionarios en la interacción, por lo tanto corotan con el sistema desacoplado del Hamiltoniano $H_0 = \hbar(\Omega/2)\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}$:

$$\hat{H}_{JC} = \hbar(\Omega/2)\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger). \quad (6)$$

Aunque el modelo cuántico de Rabi no conserva el número total de excitaciones en el sistema \hat{N}_{exc} , sí conserva la paridad $\hat{P} = e^{i\pi\hat{N}_{exc}}$. Un modelo Rabi cuántico generalizado,

que se obtiene reemplazando el término $g\hat{X}\hat{\sigma}_x$ por $g\hat{X}(\hat{\sigma}_x \cos \theta + \hat{\sigma}_z \sin \theta)$ (con un parámetro $\theta \neq 0, \pi$) no conserva ni siquiera \hat{P} [88, 122], esto causa que su diagonalización exacta presente importantes dificultades. En cambio el modelo de Jaynes-Cummings conserva tanto \hat{N}_{exc} como \hat{P} . Esto implica que sólo interactúan estados con el mismo número de excitaciones, lo que lleva a una diagonalización completa de \hat{H}_{JC} en subespacios de n número de excitaciones con dobles $|\pm\rangle_n$ como sus estados propios.

El modelo JC ha sido una piedra angular de la óptica cuántica en los últimos 50 años. Este modelo ha tenido un uso generalizado en una variedad de plataformas físicas, que van desde átomos neutros en cavidades ópticas y de microondas, iones atrapados con movimiento cuantificado, hasta qubits superconductores acoplados a cavidades electromagnéticas, resonadores de línea de transmisión y resonadores nanomecánicos. Las implementaciones recientes de procesadores cuánticos a pequeña escala utilizan la física de la Ec. (6) como base para el control cuántico coherente de sistemas cuánticos acoplados.

En el régimen donde existe una desintonización $\delta \equiv \Omega - \omega$ entre las frecuencias del átomo y el modo de campo, se puede aplicar una transformación de Schrieffer-Wolf a la Ec.(6) si se satisface la condición, $g/\delta \ll 1$, para convertirse, hasta el segundo orden de g en [15]:

$$\frac{\hat{H}_{ac}}{\hbar} = \frac{1}{2} \left[\Omega + \frac{g^2}{\delta} \right] \hat{\sigma}_z + \left[\omega + \frac{g^2}{\delta} \hat{\sigma}_z \right] \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (7)$$

La ecuación (7) se conoce como Hamiltoniano Stark. Una detección de la frecuencia de campo proporciona información sobre el estado del qubit. Esta propiedad está siendo ampliamente explotada en enfoques de computación cuántica, particularmente con qubits superconductores [104].

Por otro lado, la región perturbativa del USC consiste en una desviación del modelo JC que acepta un tratamiento analítico al considerar los términos contrarrotantes $\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_+$ y $\hat{a} \hat{\sigma}_-$ como un campo de conducción fuera de resonancia. Aplicando la teoría de la perturbación al Hamiltoniano cuántico de Rabi, hasta segundo orden en el parámetro perturbativo $\lambda \equiv g/(\Omega + \omega)$ produce el siguiente Hamiltoniano [70]:

$$\frac{\hat{H}_{BS}}{\hbar} = \frac{1}{2}(\Omega + \omega_{BS})\hat{\sigma}_z + (\omega + \omega_{BS}\hat{\sigma}_z)\hat{a}^\dagger \hat{a} - \frac{\omega_{BS}}{2} + f(\hat{a}^\dagger \hat{a})\hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger + \hat{\sigma}_+ \hat{a} f(\hat{a}^\dagger \hat{a}), \quad (8)$$

donde $\omega_{BS} = g^2/(\omega + \Omega)$ es el cambio Bloch-Siegert. La constante de acoplamiento g se renormaliza a $f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) \equiv -g[1 - \hat{a}^\dagger \hat{a} \omega_{BS}/(\omega + \Omega)]$. Los términos adicionales que aparecen en la ecuación (3.9) en comparación con la ecuación (3.7) son análogos al Hamiltoniano Stark, que surge de haber tratado los términos contrarrotantes como un campo de conducción fuera de resonancia. La ecuación (3.9) se conoce como el Hamiltoniano de Bloch-Siegert, en analogía con el caso de un spin único [17].

2.4. El modelo de Dicke

Una generalización del modelo cuántico de Rabi a N sistemas de dos niveles [51] se conoce como modelo de Dicke.

Este modelo proviene originalmente de la óptica cuántica. Así, se asumen las mismas aproximaciones que en el modelo de Rabi con la diferencia de que ahora la interacción interatómica es débil y puede ser despreciada [46]. Una representación de esta interacción fue propuesta por Dicke en 1954 [39], él describió el problema usando lo que ahora se conoce como el Hamiltoniano de Dicke:

$$\hat{H}_D = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_a \hat{J}_z + \frac{g}{\sqrt{N_a}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{J}_x, \quad (9)$$

donde ω_c es la frecuencia del láser, ω_a es la energía de transición del átomo g es el coeficiente de acoplamiento entre el ensamble de átomos y el campo cuántico, los operadores $\hat{J}_{x,z,\pm}$ son los operadores de momento angular de espín que operan sobre los átomos de una forma colectiva y que a su vez se pueden escribir en términos de una matriz de Pauli usando la siguiente relación:

$$\hat{J}_{x,z} = \frac{1}{2} \sum_i \hat{\sigma}_{x,z}^i. \quad \hat{J}_\pm = \sum_i \hat{\sigma}_\pm^i. \quad (10)$$

Las suposiciones necesarias para proponer \hat{H}_D y para que sea realizable experimentalmente son:

- Sólo existe un modo dentro de la cavidad.
- Los átomos se aproximan a dos niveles energéticos.
- La aproximación de onda larga. El campo no cambia significativamente, es el mismo para todos los átomos.
- Los términos cuadráticos de \hat{A} , el términos diamagnéticos, son despreciables.

Usando estas aproximaciones, Dicke encontró que si el estado cuenta con la mitad de los átomos excitados el gas presenta un coeficiente de radiación espontánea proporcional al cuadrado del número de partículas y no una relación lineal que se espera clásicamente, por tal motivo la llamo fase “super-radiante” [58]. Esta fase es resultado de un comportamiento colectivo de los átomos, esto solo es valido para valores del acoplamiento luz-materia más grande que cierto valor crítico[28], pero se hablará de esto con mas detalle cuando se hable de las aplicaciones del USC.

En general es muy complicada la realización experimental de este modelo tal como fue propuesto por Dicke [68]. En los últimos años se ha encontrado [87], por ejemplo, una relación entre el modelo de Dicke con un condensado Bose-Einstein [46] dentro de una cavidad donde se incide un láser de bombeo de forma perpendicular a la cavidad, el condensado a cierta potencia particular del bombeo exhibe un auto-ordenamiento en la estructura el cual es equivalente a la transición de fase de un estado normal a uno superradiante en el modelo de Dicke [71].

2.5. El modelo de Tavis-Cummings

En la práctica, es extremadamente difícil aislar un sólo átomo por lo que es necesario describir la interacción del campo con un conjunto de átomos que se comportan de forma colectiva [44]. La interacción del campo cuantizado con un ensamble de átomos fue descrita por M. Tavis y F. W. Cummings en 1968 [109], este modelo ahora se conoce como Hamiltoniano de Tavis-Cummings y está dado por:

$$\hat{H}_{TC} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_a \hat{J}_z + \frac{\lambda}{\sqrt{N}} (\hat{a} \hat{J}_+ + \hat{a}^\dagger \hat{J}_-). \quad (11)$$

Este modelo es una aproximación de \hat{H}_D donde se ha supuesto la aproximación de onda rotante (RWA), aunque este modelo no puede ser resuelto analíticamente ya que el Hamiltoniano conmuta con el número de excitaciones, a diferencia de \hat{H}_D que solamente conmuta con la paridad.

En el límite termodinámico ($N \rightarrow \infty$) y para acoplamientos grandes el sistema \hat{H}_{TC} exhibe una transición de fase de segundo orden de normal a super-radiante para una temperatura crítica, en la cual todos los estados son super-radiantes [114, 82].

2.6. El modelo de Hopfield

El modelo Rabi cuántico estándar fermión-bosón se puede generalizar a un modelo Hopfield multimodo puramente bosónico [61], que describe la interacción entre fotones y excitaciones colectivas (como plasmones o fonones) de un sistema de materia. Una versión simplificada de dos modos del modelo Hopfield es:

$$\hat{H}_{Hopfield} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{H}'_{int} + \hat{H}_{dia}, \quad (12)$$

$$\hat{H}'_{int} = g \hat{X} \hat{Y}' = i g_1 (\hat{a} \hat{b}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{b}) + i g_2 (\hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger - \hat{a} \hat{b}), \quad (13)$$

donde:

- \hat{b} y \hat{b}^\dagger son los operadores de aniquilación y creación, respectivamente, para las excitaciones colectivas de un sistema de materia de frecuencia ω_b .
- $\hat{Y}' = i(\hat{b}^\dagger - \hat{b})$ es la cuadratura correspondiente al operador de momento canónico del modo de materia.

En este Hamiltoniano de Hopfield, los términos g_1 describen la conversión de frecuencia paramétrica, que conserva el número total de excitaciones \hat{N}_{exc} , mientras que los términos g_2 describen la amplificación paramétrica, que no conserva \hat{N}_{exc} . Este modelo de Hopfield simplificado se ha aplicado para describir datos experimentales de un gas de electrones 2D (2DEG) que interactúa con fotones de la cavidad de terahercios en el régimen de la USC [57, 76].

3. Propiedades de sistemas con USC

A medida que aumenta η , varias propiedades de los sistemas acoplados de luz-materia cambian drásticamente. Sólo el modelo cuántico de Rabi da una imagen correcta de los niveles de energía para todo η . El modelo de Jaynes-Cummings predice correctamente la división Rabi (estados vestidos) entre pares vecinos de niveles de energía, pero falla cuando el sistema ingresa al régimen de la USC.

3.1. Propiedades del Estado base

Para η pequeño, el estado de energía más bajo del sistema es simplemente una cavidad vacía con el átomo en su estado base. A medida que η crece, el acoplamiento hace que sea cada vez más favorable, desde el punto de vista energético, tener excitaciones atómicas y fotónicas en el estado base.

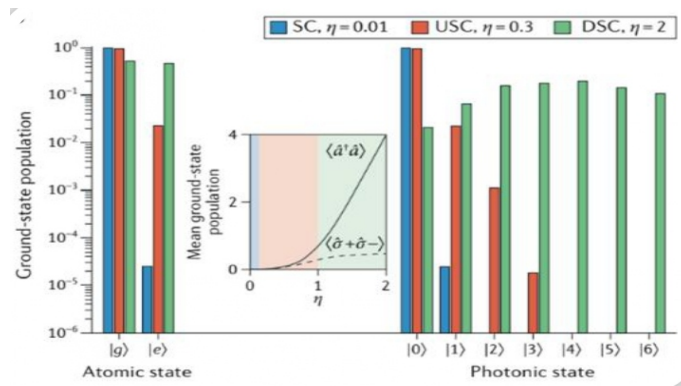


Figura 2: Estado base en forma estadística para el de acoplamiento fuerte (SC), ultrafuerte (USC) y fuerte profundo (DSC) del modelo cuántico de Rabi. A medida que aumenta el acoplamiento, el estado base comienza a contener un número considerable de excitaciones atómicas y fotónicas. Imagen tomada [71].

El número medio de fotones en el estado fundamental comienza a aumentar rápidamente cuando el valor de η se acerca y pasa a 1, Ver Fig.2.

En el caso de muchos átomos acoplados a la luz, se predice que una transición de fase cuántica, conocida como transición de fase superradiante [58, 115, 44], tiene lugar en un valor crítico de η , separando fases con y sin fotones en el estado base del sistema. Si esta transición de fase realmente ocurre o no depende de sí, se debe incluir un término adicional, el término diamagnético, en el Hamiltoniano.

3.2. Término diamagnético

Al ser una consecuencia de la invariancia de norma, el término diamagnético es necesario para obtener una teoría coherente, incluso en los sistemas superconductores, ya que también se puede obtener en otros sistemas como los dielectricos[57] .

La sustitución $\hat{P} \rightarrow \hat{P} - e\hat{A}$ para el acoplamiento mínimo, donde \hat{P} es el momento tridimensional, e es la carga elemental y \hat{A} es el potencial del vector electromagnético, en el Hamiltoniano cinético $\hat{H}_{Kin} = \frac{\hat{P}^2}{2m}$ (donde m es la masa de la partícula cargada), conduce a la aparición de dos términos de interacción. El primero:

$$\hat{H}_{int} = -\frac{e\hat{P}\hat{A}}{m} = \sum_n g_{jn}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)\hat{M}_{jn}, \quad (14)$$

describe una interacción dipolar entre el modo de cavidad fotónica y las transiciones ópticamente activas entre el estado inicial $|j\rangle$ y todos los estados finales $|n\rangle$ con \hat{M}_{jn} como un operador de transición genérico, g_{jn} como la fuerzas de acoplamiento luz-materia y \hat{a} y \hat{a}^\dagger como los operadores de aniquilación y creación del modo cavidad. El segundo término de interacción:

$$\hat{H}_{dia} = \frac{e^2\hat{A}^2}{2m} = D(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)^2, \quad (15)$$

es el responsable de la aparición del diamagnetismo (magnetización débil en sentido opuesto al campo magnético), aquí D es una medida de la energía del término diamagnético.

De los dos términos de interacción, sólo \hat{H}_{int} depende de la estructura de los grados de libertad de la materia. La regla de la suma de Thomas-Reiche-Kuhn, $\sum_n \frac{|\langle n|\hat{P}|j\rangle|^2}{\omega_{jn}} = \frac{m}{2}$, con ω_{jn} la frecuencia de la transición $|j \rightarrow |n\rangle$ se puede utilizar para establecer un valor mínimo de D para el modelo considerado. Para hacerlo, comenzamos reescribiendo \hat{H}_{dia} como:

$$\hat{H}_{dia} = \left(\sum_n \frac{|\langle n|\hat{P}|j\rangle|^2}{\omega_{jn}} \right) \frac{e^2\hat{A}^2}{m^2} = \sum_n \frac{g_{ij}^2}{\omega_{jn}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)^2. \quad (16)$$

Comparando (3) y (4) podemos leer $D = \sum_n \frac{g_{ij}^2}{\omega_{jn}}$ lo que implica que, cuando cualquier frecuencia cuasi-resonante de transición ω_x , y acoplamiento g , se considera:

$$D \geq \frac{g^2}{\omega_x} = g\eta \quad \text{o bien} \quad \frac{D}{g} \geq \eta. \quad (17)$$

La relación de las partes diamagnética y dipolar de la interacción luz-materia, D/g , es tan grande como el acoplamiento normalizado η .

En el régimen de DSC, el término diamagnético puede actuar como una barrera potencial para el campo fotónico, ubicándolo lejos de los dipolos, conduciendo a un desacoplamiento efectivo entre los grados de libertad de la luz y la materia [35]. Esto significa que el efecto Purcell, conocido por el régimen WC (acoplamiento debil), en realidad se vuelve insignificante cuando g se vuelve lo suficientemente grande. Un desacoplamiento similar puede ocurrir si se agregan interacciones qubit-qubit al modelo de Dicke [64].

El corrimiento al azul de la cavidad debido a la renormalización implica, por tanto, que se requiere un acoplamiento g mayor para alcanzar el punto crítico, pero a partir de la ecuación (16) desplazará aún más el modo de la cavidad hacia el azul. Un cálculo cuidadoso muestra

que, al menos para el modelo de Dicke, este proceso descontrolado conduce a un valor crítico divergente de g si se cumple la ecuación (16) [32, 114, 100, 8]. Actualmente se sabe que esto se debe a las interacciones dipolo-dipolo de largo alcance que a su vez dependen de la geometría específica del sistema [33, 68, 7].

Debemos tener en cuenta que en el régimen del USC, el Hamiltoniano QED de cavidad completo contiene un término adicional, el llamado término A^2 , que representa la energía de auto-interacción del campo. Este término generalmente contiene una parte que se parece a $(g^2/\omega)\hat{a}^\dagger\hat{a}$, por lo que generalmente se descuida debido a la pequeñez de g/ω . El estudio del régimen USC conduce inevitablemente a la exploración de la influencia del término A^2 en diferentes sistemas físicos. Aprender información sobre este término conduciría a una comprensión profunda de la naturaleza última de la interacción luz-materia.

Finalmente, hay que señalar que la presencia de un término de campo al cuadrado en el Hamiltoniano, que asegura la estabilidad de la materia acoplada linealmente a un campo bosónico, es una característica que no se limita a la interacción con el campo electromagnético transversal [95], es decir, se han obtenido términos en otros sistemas con interacciones longitudinales como en los polaritones entre subbandas que se hablará de ello mas adelante.

4. Sistemas donde ocurre el USC

La primera demostración experimental de acoplamiento ultrafuerte ($\eta > 0,1$) entre luz-materia se informó en 2009[2]. En 2017, dos experimentos incluso lograron alcanzar DSC ($\eta > 1$)[122, 12]. Sin embargo, ajustar datos experimentales a modelos teóricos para extraer η puede ser una tarea sutil y exigente en los regímenes de la USC y DSC. El logro de acoplamientos ultrafuertes en cualquier plataforma física abre la posibilidad de estudiar fenómenos contraintuitivos que aparecen en el modelo Rabi y que no están presentes en el modelo JC que es más familiar. A continuación se revisarán estas demostraciones experimentales donde se ha logrado el régimen USC.

4.1. Polaritones entre subbandas (intersubbanda-plasmóm).

Las transiciones entre subbandas (ISBT, por sus siglas en inglés), también conocidos como plasmones entre subbandas (plasmones ISB), se definen como transiciones ópticas resonantes entre dos subbandas dentro de la banda de conducción o valencia de un semiconductor QW (pozo cuántico) [112]. Esto ocurre a bajas energías de fotones, típicamente en el rango de MIR o THz, con enormes momentos dipolares que se han utilizado ventajosamente para lograr USC [111, 53, 72]. Un ISBT es una excitación de plasmón porque es una respuesta colectiva de un 2DEG (gas bidimensional) en el QW a un campo de luz resonante, polarizado a lo largo de la dirección de crecimiento (z), con una frecuencia de transición $\hbar\omega_{12}$. El uso de la ingeniería de estructura de banda proporciona a los ISBT una amplia sintonización de la frecuencia de transición y la fuerza del oscilador, que es de fundamental importancia para los dispositivos cuánticos como el láser de cascada cuántica y el fotodetector infrarrojo QW [123, 76].

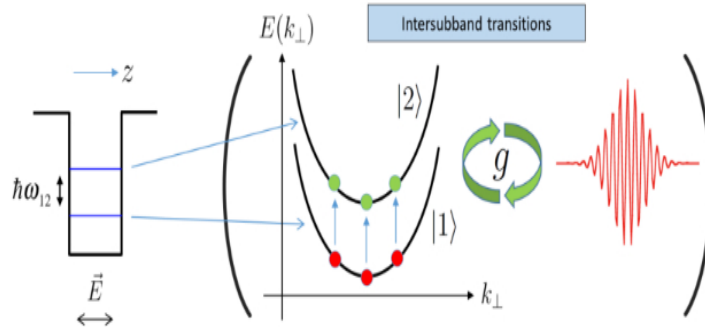


Figura 3: ISBT acoplados resonantemente a una tasa g a un campo de luz \vec{E} polarizado a lo largo de la dirección de crecimiento (z). Imagen tomada de [94]

También se observó la apertura de una brecha polaritónica de 330 GHz trazando las frecuencias de polaritón en función de la frecuencia de la cavidad. Las resonancias de THz en sistemas de dos niveles (o dos subbandas) son generalmente observables solo a temperaturas criogénicas. Geiser et al. [53] usaron QW parabólicos, lo que permite una observación de THz ISBT incluso a temperatura ambiente, ya que los niveles de energía igualmente separados en

este sistema multinivel hacen que la frecuencia y la fuerza de resonancia sean independientes de la distribución de electrones. La división de Rabi observada, $2g/2\pi = 0,96THz$, correspondió a $\eta = 0,14$. Estos resultados son importantes pues demostraron ser independientes de la temperatura en el rango de 10 K a 300 K.

Los sistemas polariton-intersubbanda suelen estar bien descritos por el modelo de Dicke [2]. Sin embargo, este modelo no es apropiado para dispositivos más complejos, debido a la presencia de múltiples modos fotónicos cuasi-resonantes que nos lleva a una física descrita por el modelo de Rabi.

En resumen, el régimen de la USC se predijo y se demostró explotando polaritones entre subbandas en pozos cuánticos dopados con microcavidades [30, 2]. Sin embargo, estos sistemas siguen siendo interesantes para estudiar la fenomenología de la USC gracias a la posibilidad de modificar la fuerza de acoplamiento, lo que lo convierte en un sistema ideal para experimentos de emisión de vacío cuántico. Además, η se ha incrementado progresivamente en varios experimentos, hasta el valor actual de $\eta = 0,45$ [5].

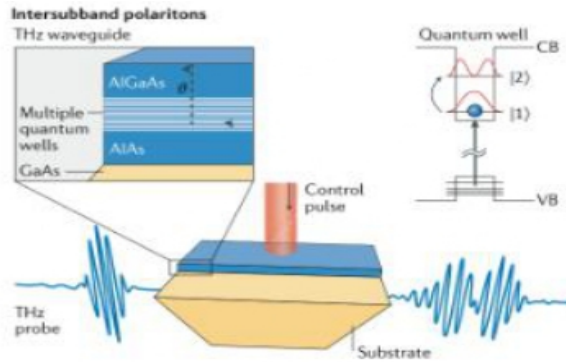


Figura 4: Polaritones entre subbandas. Imagen tomada de [71]

4.2. Circuitos superconductores.

Los primeros experimentos en el régimen de acoplamiento fuerte utilizaron acoplamientos capacitivos [14], geométricos [66] e inductivos galvánicos [27], sin embargo, los dos primeros llegaron a regímenes de la USC utilizando acoplamientos galvánicos [47]. Los acoplamientos logrados se encuentran hoy en día en el régimen perturbador de la USC [98].

Los siguientes experimentos en llegar al USC, utilizaron circuitos cuánticos superconductores [88, 48]. En estos sistemas, los circuitos eléctricos con uniones Josephson (dispositivo de dos o más superconductores acoplados por un enlace débil), que operan a frecuencias de GHz, funcionan como "átomos artificiales", adquiriendo una estructura de niveles similar a la de los átomos naturales cuando se enfrían a temperaturas de milikelvin, ver Fig. 5. Estos átomos artificiales luego se acoplan a fotones en resonadores formados por una inductancia L y una capacitancia C en una línea de transmisión.

Los experimentos del circuito cuántico superconductor son los únicos que han logrado USC con un solo átomo (aunque artificial). La razón por la cual los circuitos superconductores, a diferencia de otros sistemas, no requieren excitaciones colectivas para alcanzar USC, es que el acoplamiento escala de manera diferente con α en estos circuitos. En la cavidad QED, el acoplamiento escala como $\alpha^{3/2}$. En el circuito QED (electrodinámica cuántica), escala como $\alpha^{1/2}$ o $\alpha^{-1/2}$, dependiendo del diseño del circuito superconductor [37]. Los circuitos cuánticos superconductores son también los únicos sistemas en los que se ha demostrado USC a un continuo, y han demostrado ser una excelente plataforma para la simulación cuántica de USC [75, 22].

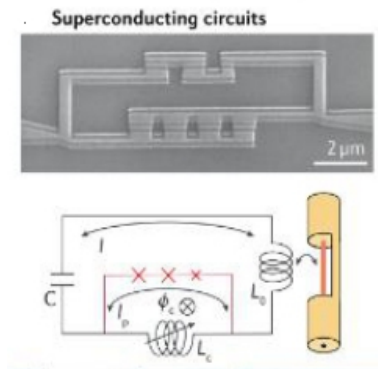


Figura 5: Circuitos superconductores. Un qubit de flujo que consta de tres uniones Josephson en un círculo (parte roja del diagrama) acopladas inductivamente a un circuito LC de elementos agrupados, alcanzando $\eta = 1,34$. La cruz corresponde al elemento de circuito de un cruce de Josephson. Imagen tomada de [122]

Los circuitos superconductores son una plataforma poderosa para explorar la física atómica y la óptica cuántica y para QIP (tiempo polinomial interactivo cuántico de la teoría de la complejidad computacional), porque sus propiedades, como las frecuencias de resonancia y la fuerza de acoplamiento, pueden diseñarse e incluso ajustarse. Esto ha sido ampliamente explotado en el régimen SC, por ejemplo, para diseñar estados cuánticos y realizar puertas cuánticas.

4.3. Acoplamientos capacitivos

Los acoplamientos capacitivos se han utilizado ampliamente con todo tipo de qubits superconductores diseñados hasta ahora [60]. Este tipo de acoplamiento es proporcional al voltaje cuadrático medio (V_{rms}), Ec.(17), en el estado base del resonador con frecuencia ω_r y capacitancia C_r :

$$V_{rms} \equiv \langle 0 | \hat{V}^2 | 0 \rangle^{1/2} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_r}{2C_r}} = \omega_r \sqrt{\frac{\hbar Z}{2}}, \quad (18)$$

que escala como \sqrt{Z} , donde Z es la impedancia del modo resonador acoplado al qubit [3]. Esta escala ya apunta a resonadores de alta impedancia para alcanzar el régimen de la USC.

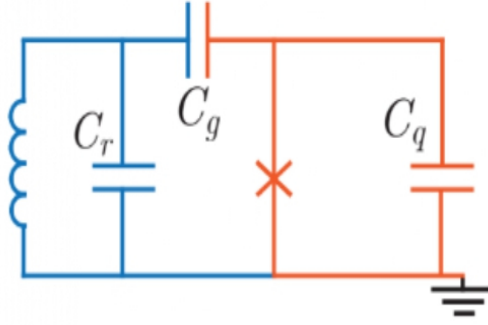


Figura 6: Modelo de circuito de un qubit de carga derivado con capacitancia C_q acoplado con un capacitor C_g a un resonador concentrado de capacitancia C_r . Imagen tomada de [47].

El tipo más común de qubit de carga se conoce como caja de pares de Cooper (CPB, por sus siglas en ingles). Este qubit consiste en una isla superconductor conectada a un gran depósito por una unión de Josephson. La isla puede estar conectada a otro circuito mediante capacitores adicionales, ver Fig. 6. La capacitancia de unión qubit C_q consiste en la autocapacidad de la unión. El Hamiltoniano CPB está dado por [19]:

$$\hat{H}_{CPB} = 4E_C \sum_{N \in \mathbb{Z}} (\hat{N} - N_{ext})^2 |N\rangle \langle N| + E_J \sum_{N \in \mathbb{Z}} (|N\rangle \langle N+1| + h.c.). \quad (19)$$

Aquí \hat{N} es el operador del número de pares de Cooper y $E_C = e^2/2C_\Sigma$ es la energía de carga de la isla de pares de Cooper de capacitancia total en el circuito $C_\Sigma = C_q + C_g$; E_J es la energía de Josephson de la unión que conecta la caja al depósito; $N_{ext} = C_g V_{ext}/2g$ es la carga inducida externamente en la isla a través del capacitor C_g ; "h.c." significa Hermitiano conjugado.

Cuando el qubit está conectado a un resonador, el voltaje externo corresponde al voltaje cuantificado del resonador $V_{ext} = \hat{V}_r = V_{rms}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$ [15]. Al escribir explícitamente todos los términos de la ecuación anterior, el término cruzado da como resultado la energía de interacción entre el qubit de carga y el resonador:

$$\hat{H}_{int} = -2e\hat{N} \frac{C_g}{C_\Sigma} V_{rms}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (20)$$

La ecuación (19) se aplica a todos los tipos de cargas basadas en qubits, como el CPB y el transmon. Aquí, el factor $2e\hat{N}$ es el momento dipolar qubit. Podemos imaginar este momento dipolar como una carga $2e$ moviéndose entre las dos placas del capacitor donde un voltaje externo \hat{V}_{ext} ha sido inducido por el circuito externo.

Para un CPB en el régimen de carga $4E_C \gg E_J$ y para temperaturas suficientemente bajas, $E_C \gg \kappa_B T$, el sistema se encuentra en su estado base y el operador del número de pares de Cooper puede representarse en la base definida por los dos estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, que representan el exceso de parejas de Cooper en la isla. Usando la representación de la matriz de Pauli $\hat{\sigma}_x = |N\rangle \langle N+1| + h.c.$, el operador de número de pares de Cooper ahora se

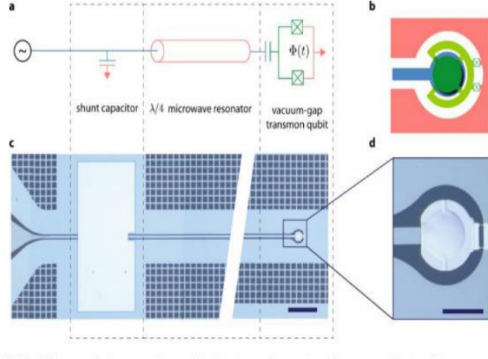


Figura 7: USC con acoplamiento capacitivo. a) Resonador de línea de transmisión acoplado capacitivamente a un qubit transmon. b) Condensador de espacio de vacío que desvía las uniones qubit. c) Micrografía electrónica de barrido (SEM) del dispositivo, que muestra el condensador de derivación que define el puerto del resonador. d) Zoom SEM del qubit, que muestra el capacitor de vacío y las uniones de Josephson. Imagen tomada de [46]

representa como $\hat{N} \simeq \hat{\sigma}_z$. La ecuación \hat{H}_{CPB} se puede reescribir como

$$\hat{H}_{CPB} = -(E_{el}/2)\hat{\sigma}_z - (E_J/2)\hat{\sigma}_x, \quad \text{con} \quad E_{el} \equiv 4E_C(1 - 2N_g).$$

Y con esto, la ecuación (19) se puede escribir como Ec.(20):

$$\hat{H}_C^{CPB} = 2e \frac{C_g}{C_g + C_q} V_{rms} \hat{\sigma}_x (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (21)$$

donde $|\langle 0|2e\hat{N}_{CPB}|1\rangle| = 2e$ es el momento dipolar del qubit.

Si ahora consideramos el límite $E_J \gg E_C$, ingresamos al régimen transmon. En este régimen, el Hamiltoniano CPB puede aproximarse mediante un oscilador armónico con cierta no linealidad. Ahora, el momento dipolar del qubit, en la base transmon, toma una forma diferente, $|\langle 0|2\hat{N}_{tr}|1\rangle| = e(E_J/2E_C)^{1/4}$, lo que conduce a una interacción Hamiltoniana modificada:

$$\hat{H}_C^{tr} = e \frac{C_g}{C_g + C_q} \left(\frac{E_J}{2E_C} \right)^{1/4} V_{rms} \hat{\sigma}_x (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (22)$$

y la fuerza de acoplamiento g en la última expresión puede ser reescrito en forma reducida [37]:

$$\frac{g_C^{tr}}{\omega_r} = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \left(\frac{E_J}{2E_C} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{Z}{Z_{vac}}} \frac{C_g}{C_g + C_q} \alpha^{1/2}, \quad (23)$$

donde $Z_{vac} = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \simeq 377\Omega$ es la impedancia de vacío mientras que $\alpha \simeq 1/137$ es la constante de estructura fina.

Cabe resaltar que el primer experimento que reportó USC con un acoplamiento capacitivo consistió en un qubit transmon superconductor acoplado a un resonador de línea de

transmisión [18]. La fuerza del acoplamiento se logró mediante la implementación de una geometría paralela de espacio vacío, ver Fig. 7, en la que el capacitor de derivación qubit estaba suspendido sobre el plano de tierra, mejorando de esta manera la relación entre la capacitancia de acoplamiento C_g y la capacitancia total $C_g + C_q$. El espectro del qubit transmon, ver Fig. 8, mostró efectos dispersivos de los múltiples modos del acoplamiento del resonador al qubit, incluidas las interacciones modo-modo mediadas por qubit. Se observaron claras desviaciones del modelo JC, informando un desplazamiento Bloch-Siegert de fotón único de $\omega_{BS}/2\pi = 62MHz$.

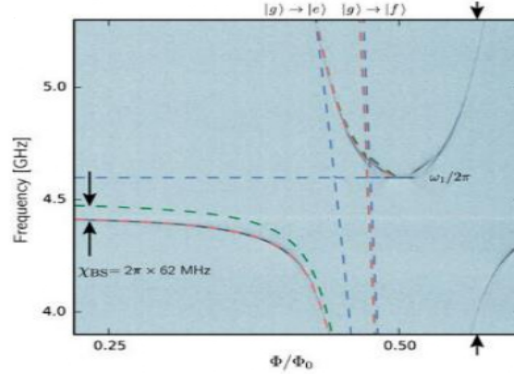


Figura 8: Espectro del dispositivo transmon-resonador acoplado capacitivamente en el régimen de la USC. La línea punteada verde muestra el modelo JC. Las líneas discontinuas azules muestran las transiciones de qubit y resonador desacopladas. La línea punteada roja es el QRM para un sistema multimodo. Imagen tomada de [47]

4.4. Polaritones de Landau (Inter-Landau Transitions)

Los sistemas Landau-polariton son una plataforma útil para investigar la fenomenología de la USC [76]. La selectividad de polarización de la transición de Landau se utilizó para medir directamente el cambio Bloch-Siegert debido a los términos antirresonantes en el Hamiltoniano. Además, se utilizó el magnetotransporte [92] para investigar la naturaleza de las excitaciones de la materia que participan en la formación de polaritones de Landau.

En estos sistemas Landau-polariton, basados en pozos cuánticos dopados en microcavidades bajo un campo magnético transversal, el USC ocurre entre un resonador fotónico y las transiciones electrónicas colectivas entre niveles continuos de Landau. Las transiciones de Landau tienen un dipolo en el plano y , y por lo tanto, se acoplan a la radiación polarizada eléctrica transversal. El acoplamiento que se puede lograr en estos sistemas se debe a una interacción entre la degeneración de los niveles de Landau, es decir, el dipolo de transición, que aumenta con el índice del nivel de Landau ocupado más alto y las frecuencias de ciclotrón (CR) relativamente pequeñas en el rango de THz o GHz.

Para describir las transiciones entre niveles de Landau (ILLT), ver Fig. 9, hay que considerar el Hamiltoniano en forma de velocidad, \hat{H}_v , ya que el cálculo es más sencillo que en la forma de longitud. Debido al teorema de Kohn [91], no es necesario considerar la interacción de Coulomb \hat{V} .

Vamos a tener dos campos electromagnéticos: (1) un acoplamiento profundo (DC) para el campo magnético $B_{DC} = \nabla \times A_{DC}$ donde A_{DC} es el vector potencial estático y (2) un campo electromagnético dinámico descrito por un vector potencial dinámico $A(t)$. Introducimos esta contribución al Hamiltoniano de la materia, \hat{H}_{mat} . Entonces el sistema de la materia es el 2DEG (gas bidimensional) en un campo magnético DC a lo largo de la dirección Z y está dado como:

$$\hat{H}_{mat} = \sum_{i=1}^N \sum_{\xi=x,y} \frac{\hat{\pi}_{i,\xi}^2}{(2m)},$$

donde: $\hat{\pi}_i = \hat{P}_i + eA_{DC}$, $N = \rho_{2DEG}S$ es el número total de electrones, cuando la densidad de superficie del 2DEG es ρ_{2DEG} .

Introduciendo la frecuencia de CR, $\omega_{cyc} = \frac{e|B_{DC}|}{m}$, y el operador reductor, $\hat{c}_i = \frac{(\hat{\pi}_{i,y} + i\hat{\pi}_{i,x})}{\sqrt{2m\hbar\omega_{cyc}}}$, entre los niveles de Landau (LLs) [10] cumpliendo $[\hat{c}_i, \hat{c}_i^\dagger] = \delta_{i,j}$, el Hamiltoniano de materia se reescribe como:

$$\hat{H}_{mat} = \sum_{i=1}^N \hbar\omega_{cyc}(\hat{c}_i^\dagger)\hat{c}_i + \frac{1}{2}.$$

Notamos que las excitaciones del CR (ILLT) son puramente excitaciones bozónicas y los niveles de la materia no están truncados en ésta etapa.

Como siguiente paso consideremos un operador bozónico $\hat{b} = \sum_{i=1}^N \frac{\hat{c}_i}{\sqrt{N}}$ del modo de excitación colectiva del 2DEG interactuando con el campo electromagnético [76, 9]. Dado que las intensidades de los osciladores de los otros modos colectivos son cero para fotones con vector de onda cero en el plano, entonces podemos truncar tales modos y el Hamiltoniano de materia es aproximadamente:

$$\hat{H}_{mat} \approx \hbar\omega_{cyc}\hat{b}^\dagger\hat{b} + const.$$

Para los fotones consideraremos solo una frecuencia de cavidad de resonancia ω_c , pero consideramos dos polarizaciones circulares $\xi = \pm$.

Por otro lado, el operador de aniquilación de un fotón circularmente polarizado es: $\hat{a}_\pm \equiv \frac{\hat{a}_x \mp i\hat{a}_y}{\sqrt{2}}$ donde $\hat{a}_{x/y}$ es el operador del fotón linealmente polarizado en la dirección x/y . Entonces cuando definimos el acoplamiento fuerte como $\bar{g} \equiv (\frac{\omega_{cyc}}{\omega_c})^{1/2}g$ y $g \equiv [\frac{e^2\rho_{2DEG}}{2\epsilon_0\epsilon_b g m}]^{1/2}\psi(Z_{2DEG})$ para la posición del 2DEG dentro de la cavidad, el Hamiltoniano total es:

$$\hat{H}_v \approx \sum_{\xi=\pm} \hbar\omega_c\hat{a}_\xi^\dagger\hat{a}_\xi + \hbar\omega_{cyc}\hat{b}^\dagger\hat{b} + i\hbar\bar{g}[\hat{b}^\dagger(\hat{a}_+ + \hat{a}_-) - (\hat{a}_- + \hat{a}_+^\dagger)\hat{b}] + \frac{\hbar\bar{g}^2}{\omega_{cyc}}(\hat{a}_- + \hat{a}_+^\dagger)(\hat{a}_+ + \hat{a}_-^\dagger). \quad (24)$$

La excitación \hat{b} interactúa con el fotón co-circularmente polarizado \hat{a}_+ en la forma co-rotante, como $i\hbar\bar{g}(\hat{b}^\dagger\hat{a}_+ - \hat{a}_+^\dagger\hat{b})$ mientras que interactúa con el fotón contador circularmente

polarizado \hat{a}_- en la manera de contador rotante como $i\hbar g(\hat{b}^\dagger \hat{a}_-^\dagger - \hat{a}_- \hat{b})$.

Desde un punto de vista experimental, realizar ILLT es fácil porque se pueden realizar mediciones de transmisión de incidencia normal. Además, dado que la frecuencia de resonancia de los ILLT depende linealmente de BDC, se puede lograr una amplia sintonización de la frecuencia de transición para el subsistema de materia.

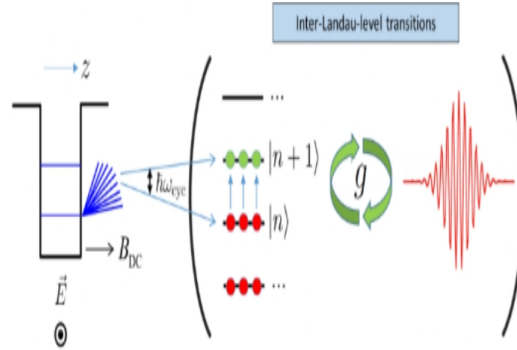


Figura 9: CR, o ILLT, acoplados a un campo de luz \vec{E} polarizado en el plano del pozo cuántico (x-y). Un campo magnético de DC B_{DC} aplicado a lo largo de la dirección de crecimiento (z) cuantifica el movimiento en el plano (x-y) en estados discretos (niveles de Landau) con separación de energía $\hbar\omega_{cyc}$. Imagen tomada de [94]

Las ventajas de trabajar con ILLT también se demostraron experimentalmente, donde al cambiar la densidad de electrones o aplicar un campo magnético externo la frecuencia Rabi y la dispersión de los polaritones de la cavidad se pueden sintonizar en un amplio rango de frecuencias.

En cuanto al magnetotransporte para la formación de los polaritones de Landau, se estudiaron las propiedades de un 2DEG acoplado a un resonador electrónico de sublongitud de onda en el régimen de la USC [23], logrando medir la resistividad longitudinal, ρ_{xx} . Además, se midió el cambio inducido por la irradiación en ρ_{xx} iluminando la muestra con una fuente de subterahercios sintonizable de frecuencia única. Los cambios observados en ρ_{xx} dependían en gran medida de si el factor de relleno, ν , era un número entero o medio entero.

4.5. Polaritones plamón-fonón

El acoplamiento del movimiento colectivo de electrones de conducción impulsados por ondas electromagnéticas externas y vibraciones reticulares da como resultado un polaritón híbrido, que es una mezcla de un polaritón de plasmón y un polaritón de fonón. Estos polaritones plasmón-fonón se identificaron por primera vez en semiconductores polares en masa dopados como un híbrido de fonones ópticos longitudinales (LO) y plasmones en masa. El advenimiento de los nanomateriales y la nanofotónica ha permitido el confinamiento y la manipulación de la luz a dimensiones mucho más pequeñas que la longitud de onda de la luz, es decir, más allá del límite de difracción. Esto ha hecho que los polaritones plasmón-fonón

sean sintonizables y nanoobjetos de baja pérdida útiles para la tecnología MIR y THz.

La manipulación de la luz más allá del límite de difracción ha sido el foco persistente de la nanofotónica, donde los fotones pueden acoplarse fuertemente con plasmones (SPP) o fonones (SPhP, surface phonon polaritons) [118].

Uno de los materiales semiconductores más dinámico y con mayor capacidad para sintonizar el rango espectral de frecuencia de resonancia [55] es el grafeno, aunque tiene tiempo de vida corto y distancias de propagación, y amplias características de resonancia [124], lo que limita su implementación para aplicaciones.

Por otro lado, los SPhP soportados en cristales polares dieléctricos son alternativas prometedoras con una larga vida útil. Se ha demostrado que las nanocintas de grafeno soportan fuertes resonancias de plasmones localizados, cuyas frecuencias pueden sintonizarse ampliamente, ver Fig. 10. Los SPhP que se propagan todavía tienen distancias de propagación cortas debido principalmente a las velocidades lentas y la ventana de frecuencia de operación está limitada a un rango estrecho [110]. Por lo tanto, los SPP y SPhP acoplados pueden proporcionar una plataforma con ventajas de componentes individuales, si dos materiales se combinan juiciosamente con suficiente superposición de simetría espectral, espacial y de modo, lo que conducirá a banda ancha, sintonizable y polaritones de larga duración para ópticas MIR y THz.

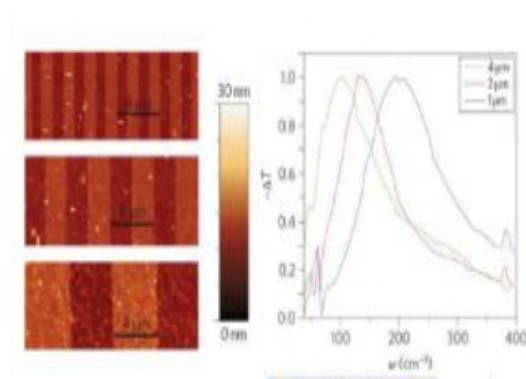


Figura 10: Cintas de grafeno y compuerta eléctrica para cambiar el nivel de Fermi. Espectros infrarrojos de cintas de grafeno con diferentes anchos. Imagen tomada y adaptada de [67].

4.6. Excitones-polaritones (pozos cuánticos semiconductores)

Los pozos cuánticos de semiconductores (QW) proporcionan uno de los entornos de estado sólido más limpios y sintonizables con propiedades ópticas y electrónicas de ingeniería cuántica. En el contexto de la QED de cavidad, los excitones-polaritones de microcavidad en QW, que son excitones que interactúan resonantemente con los fotones en una microcavidad, han servido como un sistema modelo para resaltar y comprender las diferencias notables entre el acoplamiento de átomo de luz y el acoplamiento de materia de luz condensada [36].

Se predijo que en estructuras QW múltiples basadas en InP se puede obtener un polaritón

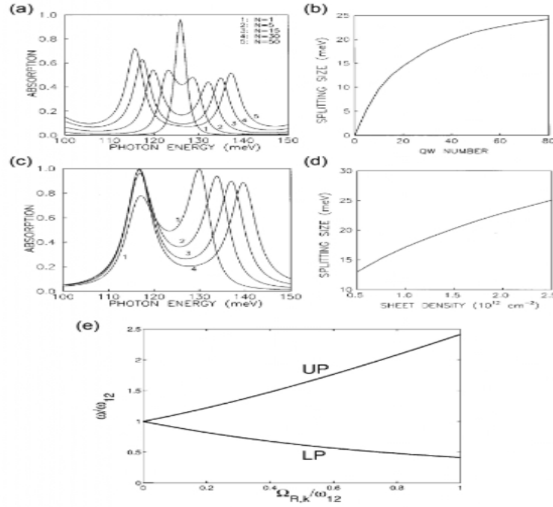


Figura 11: Polaritones entre subbandas calculados teóricamente. a) Espectro de absorción de polaritones entre subbandas para diferentes números de QW. b) Números de QW dependientes del vacío de Rabi. c) Espectro de absorción de polaritones entre subbandas para diferentes densidades de electrones. d) Densidad de electrones dependientes del vacío de Rabi. e) Frecuencia del polariton superior e inferior (UP y LP) como función del acoplamiento fuerte. Imágenes tomadas y editadas de [78, 30].

dividiendo $2\hbar g$ de 40 meV para un ISBT a $\hbar\omega_{12} \approx 130 \text{ meV}$, resonante con una frecuencia de cavidad ω , es decir, $g/\omega \approx 0,15$. Se utilizó una transformación de Bogoliubov para diagonalizar el hamiltoniano completo y obtuvieron las energías de las ramas del polaritón superior (UP) y del polaritón inferior (LP) [30], ver Fig. 11(e). De manera similar, para polaritones (ILL), se derivó y diagonalizó un hamiltoniano efectivo que describe la excitación resonante de un gas de electrones bidimensionales (2DEG) por fotones de cavidad en el régimen de Hall cuántico entero [57].

La detección de excitones-polaritones es débil en materiales orgánicos debido a sus pequeñas constantes dieléctricas, lo que conduce a la formación de excitones de Frenkel con radios de Bohr del mismo orden que el tamaño de la celda unitaria. Estos excitones poseen grandes energías de enlace y fuerzas de oscilación y generalmente muestran, cuando están en cavidades, valores mayores de η que los excitones de Wannier (excitón en semiconductor inorgánico) [16].

Nanomateriales emergentes, como nanotubos de carbono de pared simple semiconductores (SWCNT) [86], dicalcogenuros de metales de transición (TMD), y perovskitas de baja dimensión, tienen características de los excitones de Wannier y Frenkel, donde la función de onda del excitón tiene una extensión espacial sustancial mientras que la pantalla de la red es débil. Debido al fuerte confinamiento cuántico, los excitones en estos materiales generalmente tienen grandes fuerzas de oscilación y energías de enlace y son estables incluso a temperatura ambiente, sin embargo, solo existen evidencias experimentales con estos materiales logrando acoplamiento fuerte.

Se han propuesto varios esquemas experimentales para probar estas propiedades especiales del estado base de los polaritones en el régimen USC, considerado específicamente un sistema en el que un modo fotónico de cavidad estaba fuertemente acoplado a un ISBT [30]. Se demostró que el sistema podría incorporarse al régimen de la USC, donde se pueden generar pares de fotones correlacionados, ajustando las propiedades cuánticas del estado fundamental.

Estos estudios teóricos han despertado mucho interés en la exploración experimental de fenómenos de acoplamiento luz-materia ultrafuerte en semiconductores QW. El diseño y la naturaleza de las cavidades fotónicas utilizadas en el contexto de la física de USC de semiconductores dependen, con respecto al plano QW, de si el componente del campo eléctrico en el plano o fuera del plano debe mejorarse para acoplarse con las excitaciones electrónicas.

4.7. Moléculas orgánicas en cavidades

El régimen de la USC también se ha realizado a temperatura ambiente en una variedad de frecuencias ópticas acoplado fotones de cavidad (o, en un caso, plasmones a excitones moleculares de Frenkel). Estos sistemas consisten en películas delgadas de moléculas orgánicas con momentos dipolares gigantes (que hacen posible alcanzan USC) intercalados entre espejos metálicos, ver Fig. 12 y presentan una combinación interesante de altas fuerzas de acoplamiento y capacidades funcionales.

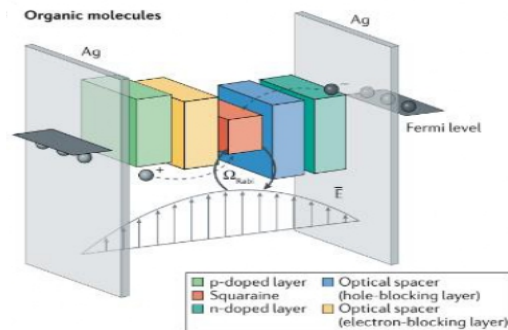


Figura 12: Moléculas orgánicas. Microcavidad formada por espejos de Ag donde se colocó colorante de escalaina entre capas de materiales orgánicos formando un diodo emisor de luz orgánico que alcanza $\eta = 0,3$. Imagen tomada de [50].

Usando fuerzas de acoplamiento tan altas se han fabricado diodos emisores de luz orgánicos monolíticos que funcionan en el régimen de la USC. Estos dispositivos exhiben una electroluminiscencia resuelta en ángulo sin dispersión a temperatura ambiente con líneas de emisión muy estrechas que se pueden aprovechar para realizar innovadores dispositivos optoelectrónicos [50, 54].

4.8. Sistemas optomecánicos

Se han propuesto configuraciones optomecánicas ultrafuertemente acopladas para preparar estados cuánticos de movimiento [51]. En el mismo escenario, otro tipo de estados cuánticos que se pueden obtener como consecuencia de interacciones ultrafuertes son los estados *NOON* que son estados entrelazados que representan una superposición de N excitaciones en un modo con cero excitaciones en un segundo modo, y viceversa. La configuración consta de dos sistemas optomecánicos idénticos ópticamente acoplados que pueden modelarse mediante los modos fotónicos de las cavidades ópticas y los modos fonónicos de los osciladores mecánicos, ver Fig. 13. La dinámica de cada subsistema optomecánico independiente se caracteriza por el Hamiltoniano

$$\hat{H}_o^{(i)} = \hbar\omega_R\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_i + \hbar\omega_M\hat{b}_i^\dagger\hat{b}_i + \hbar g_M\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_i(\hat{b}_i^\dagger + \hat{b}_i), \quad (25)$$

en la base local de Fock $|n_i, m_i\rangle$ donde los enteros n_i y m_i representan el número de fotones y excitaciones vibratorias respectivamente, en el i -ésimo sistema optomecánico. La preparación de estados NOON entrelazados mecánicamente requiere dos cavidades ópticas que interactúan con una interacción Hamiltoniana $\hat{H}_I = \hbar g_R(\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2 + \hat{a}_i\hat{a}_2^\dagger)$. Comenzando en el estado fundamental del sistema que no contiene fotones ni fonones en ninguno de los sistemas, uno de los resonadores ópticos se excita con un pulso π externo resonante. Entonces el sistema evoluciona libremente con la interacción Hamiltoniana que sufre oscilaciones de Rabi. El estado cuántico dependiente del tiempo viene dado por $|\Psi\Psi(t)\rangle = \cos(g_R t)|1_1, m_1; 0_2, 0_2\rangle - i \sin(g_R t)|0_1, 0_1; 1_2, m_2\rangle$. Un segundo pulso resonante con la transición $|1_1, m_1\rangle \leftrightarrow |0_i, N_i\rangle$ producirá el estado NOON deseado:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0_1, N_1; 0_2, 0_2\rangle - i\beta|0_1, 0_1; 0_2, N_2\rangle. \quad (26)$$

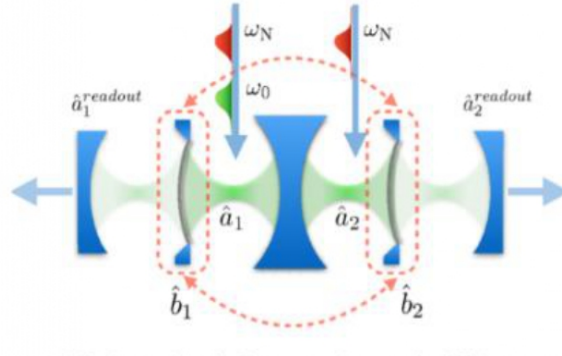


Figura 13: Optomecánica USC. Dos sistemas optomecánicos acoplados idénticos, con frecuencia ω_M , están acoplados paraméricamente con una cavidad o resonador óptico monomodo, que puede ser impulsado por pulsos ópticos externos con frecuencias centrales específicas. Imagen tomada de [81].

4.9. Magnones en cavidades de microondas

En sistemas cuánticos híbridos, el acoplamiento ocurre entre dos excitaciones que provienen de constituyentes claramente diferentes, por ejemplo, moléculas incrustadas en cavidades

ópticas, excitones-polaritones en una microcavidad y magnones en cavidades de microondas. Estos sistemas han cobrado un gran interés debido a su uso potencial en plataformas de comunicación cuántica como memorias cuánticas, transductores cuánticos y procesadores de información cuántica [120].

En lo que nos concentraremos es en los magnones, que son cuasipartículas de espín 1 que transportan energía y momento en un cristal. Podemos decir que un magnón es el equivalente cuántico a una onda de espines, igual que un fonón es el equivalente cuántico a una onda elástica en un sólido.

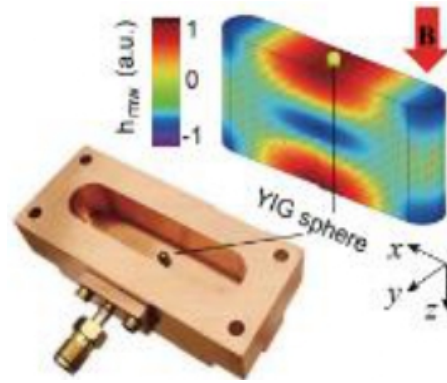


Figura 14: Imagen de una cavidad de microondas utilizada en el experimento con una esfera de itrio-hierro-granate (YIG) colocada cerca de una pared lateral. La cavidad está diseñada para producir la máxima amplitud del campo magnético en la posición de la esfera. Imagen tomada de [125]

La cavidad optomagnónica, que es donde los magnones se acoplan colectivamente al campo electromagnético confinado de una cavidad, ha sido útil para observaciones experimentales de acoplamiento entre magnones en el aislante ferrimagnético YIG (aislante ferrimagnético, $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_8$) a fotones de microondas tanto en el régimen SC como en el régimen USC; YIG se emplea a menudo en forma esférica, siendo su modo fundamental el modo Kittel en el que todos los espín oscilan colectivamente en fase, ver Fig. 14. Se observó USC entre las resonancias magnónicas de una esfera YIG submilimétrica y el modo de cavidad brillante de una cavidad de microondas en 3D a temperaturas mK, se obtuvo $C \sim 10^5$, junto con $\eta \sim 0,1$ [115].

La fuerza de acoplamiento g entre el Kittel y los modos de cavidad es proporcional a la raíz cuadrada del número de espines participantes $g = g_0\sqrt{N}$, donde g_0 es la fuerza de acoplamiento de un solo magneton de Bohr a un fotón de cavidad. El campo magnético *rms* generado en la cavidad en su estado base viene dado por $\langle B^2 \rangle = \sqrt{\mu_0 \hbar \omega / 2V_c}$, siendo ω la frecuencia de la cavidad, V_c el volumen del modo ocupado por el modo de la cavidad y μ_0 la permeabilidad al vacío. La fuerza de acoplamiento de un solo spin es [62]:

$$g_0/2\pi = \eta \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 \hbar \omega}{2V_c}}. \quad (27)$$

Aquí, $\eta \leq 1$ describe la superposición espacial y las condiciones de coincidencia de polari-

zación entre el campo de microondas y el modo magnón [124]. El término $\gamma = 2\pi \times 28\text{GHz}/T$ es la relación giromagnética de electrones.

Por otro lado, en los antiferromagnetos (AFM) las excitaciones magnónicas ocurren típicamente en el rango de frecuencia de THz y pueden acoplarse con otro grado de libertad proveniente del mismo sistema magnético en lugar de las excitaciones suministradas por una fuente externa. Por ejemplo, un sistema spin-magnon exhibió USC entre la resonancia paramagnética de electrones (EPR) de Er^{3+} espines y el modo cuasi-ferromagnético (q_{FM}) de los magnones Er^{3+} en la orthoferrita de tierras raras, $Er_xY_{1-x}FeO_3$. Otro ejemplo que cae en esta categoría es el acoplamiento magnón-magnón dentro de un material ordenado magnéticamente. Aquí, el acoplamiento se produjo entre diferentes modos magnon, y g se pudo sintonizar cambiando la dirección del campo magnético aplicado.

5. Aplicaciones del USC

¿Por qué usar el acoplamiento ultrafuerte? El régimen USC permite interacciones más eficientes. Por ejemplo, el acoplamiento entre un solo fotón y un solo emisor da como resultado una no linealidad significativa, que se ha utilizado en dispositivos electro-ópticos que operan en el régimen SC. El aumento de η de SC a USC da como resultado un mejor rendimiento de dichos dispositivos.

Por otro lado, se ha reconocido que los sistemas de electrodinámica cuántica (QED) de circuito o de cavidad de estado sólido en el régimen del USC son prometedores para simulaciones cuánticas (simulando el modelo cuántico de Rabi) [115], ecuación de Dirac [97] y la física de Dicke [38]. También para construir protocolos de procesamiento de información cuántica [90] con estados fundamentales entrelazados de muchos cuerpos para la corrección de errores cuánticos [119], puertas cuánticas ultrarrápidas de 2 qubits [40]. Otra posible aplicación del USC es la batería cuántica donde la coherencia o entrelazamiento cuántico mejora la densidad de energía almacenada y la potencia de carga. La lista de aplicaciones emergentes de USC es mucho más larga: QIP, metrología cuántica, óptica no lineal, optomecánica cuántica, plasmónica cuántica, superconductividad, metamateriales, teoría cuántica de campos, termodinámica cuántica e incluso química QED y ciencia de materiales.

Un hecho relevante es que se ha propuesto que el USC puede ser usado para la detección de materia oscura, con el uso de un haloscopio de axiones para detectar axiones galácticos mediante USC magnón-fotón en una cavidad de frecuencia GHz, ya que el USC magnón-fotón amplía el rango de esa frecuencia(energía) del haloscopio y esto reduce el espacio de parámetros donde pueden existir axiones [111]. En esta sección discutiremos algunas de estas aplicaciones con mayor detalle.

5.1. Fotones virtuales (excitaciones virtuales)

El valor esperado del número de fotones, $\langle g|\hat{a}^\dagger\hat{a}|g\rangle$, es distinto de cero en el estado base $|g\rangle$ en el régimen USC, debido a la presencia de términos de contadores rotantes (CRT, por sus siglas en inglés). Tales fotones se llaman *Fotones Virtuales*.

Teóricamente el estado base del sistema luz-materia (sistema del polaritón) se expresa como un estado de vacío comprimido de 2 modos del fotón original y los modos de excitación. Los fotones y excitaciones virtuales componen un vacío comprimido intrínseco, mientras que el número de fotones virtuales y el grado de compresión se convierten en un valor considerable en el régimen USC. Si bien, el cambio de BS (Bloch-Siegert) en el vacío [16] se ha demostrado como un un distintivo de los CRT en el sistema CR, la presencia de fotones virtuales aún no ha sido demostrada experimentalmente, aunque existen propuestas para observarlos.

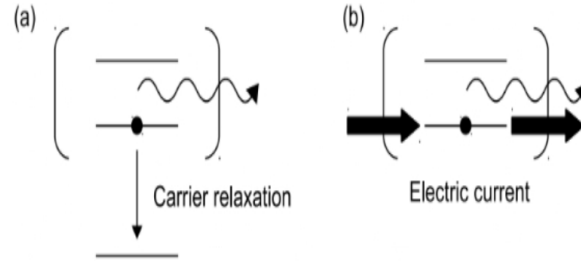


Figura 15: Esquema de procesos de emisión de fotones virtuales. Los fotones virtuales se liberan como fotones reales a través de (a) emisión espontánea en un sistema de tres niveles y (b) electroluminiscencia en estado base. Imagen tomada de [94].

Una de las principales estrategias propuestas para encontrar fotones virtuales es modular dinámicamente la fuerza de acoplamiento $g(t)$ u otros parámetros, mediante los cuales se emiten fotones o pares de fotones desde la cavidad al mundo exterior. Esta radiación se denomina *Radiación cuántica de vacío* y el proceso de emisión es similar al efecto dinámico de Casimir [43]. La frecuencia de modulación debe ser del orden de las frecuencias de resonancia y esto ha sido demostrado en circuitos superconductores [1].

Cuando $g = 0$, es decir, cuando el acoplamiento se apaga existe una evidencia explícita de fotones. Entonces, los fotones virtuales pueden escapar de la cavidad y las funciones de correlación de esos fotones emitidos deberían reflejar el estado de los fotones virtuales en el estado base.

Cuando la transición entre los dos niveles excitados son ultrafuertemente acoplados con el modo de cavidad, los fotones virtuales son emitidos por la relajación espontánea del portador a su nivel más estable, porque el USC disminuye debido a la desaparición del portador de los dos niveles anteriores, ver Fig. 15. En un sistema de dos niveles o dos subbandas incrustado en una cavidad, cuando los portadores pasan a través de uno solo de los niveles o subbandas, se emiten fotones mientras los portadores escapan del sistema (y al acoplamiento de la luz disminuye). A esto se le llama *electroluminiscencia de estado base* [29].

Otra propuesta es que el rasgo de fotones virtuales se puede observar como el desplazamiento de Lamb de una sonda auxiliar qubit acoplada de forma ultrafuerte al sistema [80]. Además, el acoplamiento optomecánico modulado en el tiempo también se ha propuesto para amplificar una sonda mecánica de fotones virtuales.

5.2. Transición de fase superradiante

Para que el sistema experimente una transición de fase cuántica, el acoplamiento debe ser lo suficientemente fuerte como para llevar uno de los modos propios del sistema a frecuencia cero.

Existe una transición de fase de segundo orden en un sistema de N átomos de dos niveles (con frecuencia de resonancia ω_a) [58] interactuando con un solo modo de luz (con frecuencia ω_c) descrito por el hamiltoniano de Dicke:

$$\frac{\hat{H}_{Dicke}}{\hbar} \equiv \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_a \left(\hat{S}_z + \frac{N}{2} \right) + \frac{2\bar{g}}{\sqrt{N}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{S}_y. \quad (28)$$

El Hamiltoniano anterior, usado en el contexto de la superradiación y la transición de fase predicha ha llegado a ser conocida como la transición de fase superradiante (SRPT) o transición de fase de Dicke. En el límite termodinámico ($N \rightarrow \infty$), la condición para que surja la fase superradiante es

$$\bar{g}^2 > \frac{\omega_c \omega_a}{4},$$

es decir, la SRPT ocurre en el régimen del USC. Por debajo de una temperatura crítica, los valores esperados del operador de aniquilación de fotones (\hat{a}) y del operador de spin (\hat{S}_y) se vuelven finitos, señalando una aparición espontánea de un campo electromagnético y una polarización (o corriente eléctrica) en equilibrio térmico.

Sin embargo, el término $A^2 = D(\hat{a}^\dagger + \hat{a})^2$, se desprecia en la Ec.(27) mediante una transformación de Bogoliubov:

$$\hat{a}' \equiv \frac{(\hat{a} + \xi \hat{a}^\dagger)}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad \text{con} \quad \xi \equiv \frac{\sqrt{1 + 4D/\omega_c} - 1}{\sqrt{1 + 4D/\omega_c} + 1},$$

y así, \hat{H}_v se puede transformar en $\frac{\hat{H}_{Dicke}}{\hbar}$, reemplazando $\hat{a} \rightarrow \hat{a}'$, $\omega_c \rightarrow \omega'_c \equiv \sqrt{\omega_c(\omega_c + 4D)}$ y $\bar{g} \rightarrow \bar{g}' \equiv \sqrt{(1 - \xi)/(1 + \xi)} \bar{g}$.

Sin embargo, $\bar{g}'^2 > \omega'_c \omega_a / 4$ no puede cumplirse para $D > \bar{g}^2 / \omega_a$. Por lo tanto, la presencia del término A^2 no impide el SRPT pero sí la magnitud mínima de su coeficiente.

Una transición similar a SRPT fue demostrada experimentalmente en átomos fríos impulsados por láser [11]. Se logró ajustar la fuerza de acoplamiento, \bar{g} , cambiando la potencia del láser, y la transición se observó mediante este cambio. La transición se llamó *Transiciones de fase cuántica*, aunque no fue impulsada por fluctuaciones cuánticas ya que el término de acoplamiento con \bar{g} sintonizable no era conmutable con el resto de los términos del Hamiltoniano. En equilibrio térmico, no se ha observado el SRPT pero si se ha observado en la disminución de una frecuencia de resonancia, experimentalmente en un sistema CR, aunque no se sabe si se trata de un rasgo de SRPT.

5.3. Superconductores en cavidades

Un estado superconductor, que exhibe resistencia cero y expulsa campos magnéticos, ocurre por debajo de una temperatura crítica, T_c . Para controlar la T_c , se puede usar un estímulo como la presión o usando pulsos láser de femtosegundos. El desequilibrio, la superconductividad impulsada por luz y la mejora de la superconductividad de Eliashberg se llevan a cabo en el espacio libre con una fuente de luz externa.

Se predijo la existencia de polaritones del modo Bardasis-Schrieffer y polariton de Higgs de cavidad. Los modos de Bardasis-Schrieffer son estados de tipo excitón de orden superconductor [1] mientras que polaritones de Higgs son estados híbridos entre fotones de cavidad y el modo de amplitud de un superconductor. Aunque ninguno de éstos modos se acopla linealmente a la luz, se puede observar y controlar aplicando una supercorriente o con técnicas de campo cercano a THz [107].

En otro estudio se predijo la superconductividad en un semiconductor 2DEG inducido por USC con fotones de cavidad en THz [102] a bajas temperaturas. Claramente, una cavidad QED ofrece una variedad de enfoques novedosos tanto para la manipulación de materiales superconductores como para la investigación de la física detrás de la superconductividad de alta T_c .

5.4. Materiales cuánticos

Para los llamados materiales cuánticos, que albergan una abundancia de fases colectivas [113] se han propuesto fenómenos colectivos novedosos y emergentes de materia ligera. Debido a las interacciones electrostáticas de corto alcance y al acoplamiento no perturbativo a un modo de cavidad común, se ha demostrado la existencia de varias fases nuevas que no tienen contrapartes directas en los modelos colectivos de Dicke o en los sistemas de espín de estado sólido mediante cálculos numéricos [103].

Otro ejemplo es el aislante excitónico superradiante (SXI) [82]. Esta fase SXI se caracteriza por la superradiancia de equilibrio en el campo de fotones y la condensación de excitones en el sistema electrónico que ocurren simultáneamente. Sin embargo, éste modelo no garantiza la invariancia de norma.

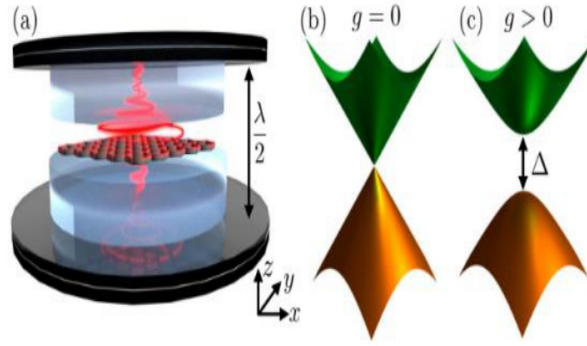


Figura 16: Material 2D dentro de una cavidad quiral. (a) Configuración para grafeno monocapa entre espejos de cavidad a una distancia de $\lambda/2$. La espira roja indica la polarización circular de fotones. El material 2D está encapsulado en un medio dieléctrico (región transparente). (b) Cono de Dirac de un material Dirac 2D en el acoplamiento electrón-fotón $g = 0$. (c) Brecha de energía Δ debido a la ruptura de la simetría de inversión del tiempo. Imagen tomada de [116].

En general, las cavidades ofrecen formas novedosas de manipular y controlar las propiedades magnéticas macroscópicas del material y las electrónicas de sistemas de electrones fuertemente correlacionados [69], fonónica no lineal, control de espectros ópticos excitónicos de materiales y heteroestructuras de van der Waals y aisladores QED Chern. La Fig. ref:fig:1.8MP muestra la apertura de una brecha de energía cuando se coloca grafeno monocapa en una cavidad [115]. En general, el floreciente campo de la QED de cavidad de materia condensada promete los descubrimientos de una nueva física fascinante, allanando el camino para un control sin precedentes de las propiedades de los materiales.

5.5. Estados vestidos

Una clara diferencia entre los sistemas USC y los sistemas con menor fuerza de acoplamiento es la presencia de excitaciones de luz y materia en el estado base. Esta diferencia se debe a la influencia de los términos contrarrotantes en el Hamiltoniano. Con una fuerza de acoplamiento más baja, los estados excitados del sistema pueden ser "estados vestidos", es decir, superposiciones de dos estados que contienen el mismo número de excitaciones tanto de luz como de materia [106]. En el régimen del USC, todos los estados excitados están vestidos por múltiples estados que contienen diferentes números de excitaciones.

Una forma sencilla de entender el problema de los sistemas cuánticos abiertos en el régimen de la USC es recordar que, dado que el Hamiltoniano de tal sistema no conserva números, su estado base contiene una población finita de excitaciones virtuales. Como se mostró para polaritones confinados, los operadores cuánticos que describen correctamente la emisión de un fotón de salida en el régimen de la USC contienen contribuciones tanto de la aniquilación desnuda como de los operadores de fotones de cavidad de creación desnuda [96].

La relación entrada-salida resultante contiene el operador de frecuencia positiva $\hat{X}^+ = \sum_{i<j} X_{ij} |E_i\rangle \langle E_j|$ en lugar del operador de aniquilación en modo cavidad a . Aquí, $|E_i\rangle$ son los

estados propios vestidos del sistema USC, ordenados de tal manera que $E_j > E_i$ para $j > i$. Los coeficientes X_{ij} son elementos matriciales entre estados propios. En el caso más simple $X_{ij} = \langle E_i | \hat{a} + \hat{a}^\dagger | E_j \rangle$. El operador \hat{X}^+ puede interpretarse como el operador que describe la aniquilación de fotones físicos en el sistema que interactúa. Análogamente, $\hat{X}^- \equiv (\hat{X}^+)^\dagger$ corresponde al operador de creación. Curiosamente, mientras que en el estado base $|E_0\rangle$ de un sistema en el régimen USC el número de fotones desnudos es distinto de cero, $\langle E_0 | a^\dagger a | E_0 \rangle \neq 0$, la definición de \hat{X}^+ implica automáticamente que el número de fotones detectables es cero: $\langle E_0 | \hat{X}^- \hat{X}^+ | E_0 \rangle = 0$ [52, 101].

5.6. Procesamiento de información cuántica

Los sistemas QED de circuito y cavidad en el régimen de la USC son especialmente útiles para tecnologías cuánticas como la metrología cuántica (un ejemplo es la nueva espectroscopia [99] de alta resolución que utiliza anchos de línea más pequeños y una relación señal-ruido mejorada) y QIP. Para QIP, la transferencia coherente de excitaciones entre la luz y la materia es particularmente importante. Dicha transferencia se puede lograr en el régimen de SC, pero puede ser mucho más eficiente en el régimen de USC. Otras aplicaciones QIP de USC incluyen una puerta cuántica extremadamente rápida, realizaciones eficientes de corrección de error cuántico, memorias cuánticas protegido QIP y QIP holonómico [116, 117].

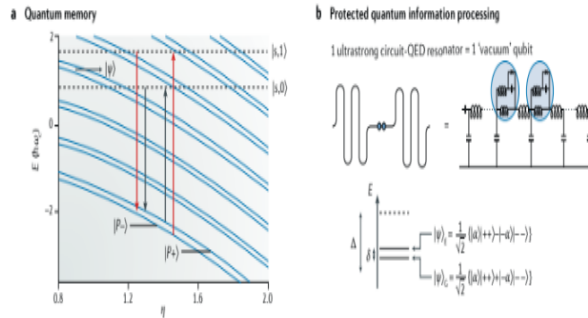


Figura 17: (a) Memoria Cuántica. Los dos niveles de energía más bajos $|P_\pm\rangle$ de un sistema qubit-resonador en el régimen de acoplamiento fuerte-profundo (DSC) constituyen una buena memoria cuántica. Para un estado $|\Psi\rangle$ se usa un nivel atómico $|S\rangle$. (b) Procesamiento de información cuántica protegida (QIP). Esta figura muestra qubits superconductores y un resonador de línea de transmisión) acoplados ultrafuertemente a un resonador para formar estados computacionales robustos contra la decoherencia. Imagen tomada de [71].

5.7. Computación cuántica

En esta sección, discutimos la posibilidad de lograr un cálculo cuántico ultrarrápido, qubits protegidos para almacenar información cuántica y manipular y preparar un estado cuántico deseado.

5.7.1. Computación cuántica ultrarrápida

Las puertas ultrarrápidas de dos qubits se han considerado como una aplicación potencial del régimen del USC en la computación cuántica. En la propuesta original, se consideró un Hamiltoniano de dos qubit [97]:

$$\hat{H} = \sum_i \frac{\hbar\Omega}{2} \hat{\sigma}_z^{(i)} + \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} - \sum_i \hbar g_i \hat{\sigma}_z^{(i)} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (29)$$

con acoplamientos longitudinales conmutables g_i .

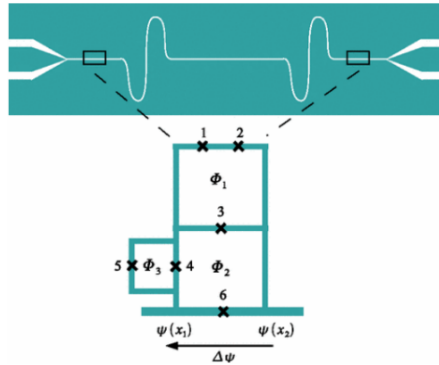


Figura 18: Esquema de circuito para realizar puertas de fase ultrarrápidas controladas de dos qubits entre dos qubits de flujo acoplados galvánicamente a un resonador de línea de transmisión monomodo. El acoplamiento se define por la caída de fase $\Delta\Psi$. ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 son los qubits de flujo. Imagen tomada de [97].

Basado en un desplazamiento secuencial de cuatro pasos de la cavidad $\hat{D}(\beta\hat{\sigma}_z) = \exp[(\beta\hat{a}^\dagger - \beta^*\hat{a})\hat{\sigma}_z]$, usando $\hat{D}(\alpha)\hat{D}(\beta) = e^{ilm(\alpha\beta^*)}\hat{D}(\alpha + \beta)$, se demostró que la puerta de los dos qubits es proporcional a una puerta cuántica CPHASE:

$$\hat{U} \propto \exp[4i\frac{g_1g_2}{\omega^2} \sin(\omega t_1)\hat{\sigma}_z^1\hat{\sigma}_z^2], \quad (30)$$

donde la fidelidad de la puerta puede alcanzar el 99 % en la escala de tiempo de nanosegundos para la tecnología QED de circuito realista.

Este protocolo se basa en poder cambiar los flujos en las líneas de polarización local de qubit más rápido que la velocidad de acoplamiento g , lo que implica pulsos de subnanosegundos. Todo el ancho de banda del sistema debería poder transmitir los pulsos sin distorsión que ralentizaría el borde rápido. Además, existen generadores de pulsos capaces de sintetizar pulsos de picosegundos.

5.7.2. Qubits protegidos

Otro ejemplo importante en el que el régimen del USC puede volverse relevante en la computación cuántica es en la codificación de qubits protegidos. Se consideró el caso de múltiples qubits acoplados al mismo modo resonador [87]:

$$\frac{\hat{H}}{\hbar} = \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\Omega}{2} \sum_j \hat{\sigma}_z^{(j)} + i \frac{g}{\sqrt{N}} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \sum_j \hat{\sigma}_x^{(j)}. \quad (31)$$

Aquí N es el número total de qubits acoplados al resonador. Resulta que cuando el acoplamiento colectivo de todos los qubits alcanza valores muy grandes, los dos estados más bajos cuasidegenerados del Hamiltoniano se vuelven:

$$|\Psi_G\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha\rangle_c |+\rangle^{\otimes N} + (-1)^N |-\alpha\rangle_c |-\rangle^{\otimes N}], \quad (32)$$

$$|\Psi_E\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha\rangle_c |+\rangle^{\otimes N} - (-1)^N |-\alpha\rangle_c |-\rangle^{\otimes N}], \quad (33)$$

siendo $|\pm\rangle$ estados propios de $\hat{\sigma}_x$. Ambos estados están débilmente acoplados entre sí, ya que pertenecen a una cadena de paridad diferente. Este doblete $\{|\Psi_G\rangle, |\Psi_E\rangle\}$ por lo tanto forma un qubit robusto, con una diferencia de energía $\delta \sim \Omega \exp(-2g^2\omega^{-2}N)$.

Claramente, para aumentar las fuerzas de acoplamiento, y también para aumentar el número de qubits, la velocidad de decoherencia disminuye produciendo un qubit más protegido, hasta un cierto valor del acoplamiento donde la velocidad de decoherencia satura.

5.8. Modificación de fenómenos cuánticos estandar

Aumentando η de SC a USC, varios fenómenos cuánticos estándar a menudo cambian drásticamente. Los ejemplos incluyen el efecto Purcell [35], la transparencia inducida electromagnéticamente y el bloqueo de fotones, los espectros de emisión espontánea, el efecto Zeno [79, 24], la refrigeración en termodinámica cuántica y la transferencia de fotones en cavidades acopladas. Otro desarrollo intrigante es que el USC puede ayudar a comprender la superconductividad no convencional a través de estudios de superconductividad potenciada por luz (potenciada polaritónicamente) y mediada por fotones [77, 31].

5.9. Óptica no lineal

La inclusión de los términos contrarrotantes en el Hamiltoniano cuántico de Rabi también permite la predicción de procesos de orden superior. Un ejemplo destacado es la óptica no lineal determinista (u óptica no lineal impulsada por vacío) con átomos de dos niveles y (en su mayoría) fotones virtuales en modos de resonador. Estas implementaciones, pueden alcanzar una eficiencia perfecta y necesitan solo un número mínimo de fotones y solo requieren dos niveles atómicos.

Muchos procesos de óptica no lineal pueden describirse en términos de la teoría de perturbaciones de orden superior que implica transiciones virtuales, en las que el sistema pasa de un estado inicial $|i\rangle$ al estado final $|f\rangle$ a través de una serie de transiciones virtuales a estados intermedios. Estas transiciones virtuales no necesitan conservar energía, pero su suma, la transición de $|i\rangle$ a $|f\rangle$, sí. Cuando aumenta la fuerza de acoplamiento luz-materia, las

fluctuaciones de vacío del campo electromagnético se vuelven capaces de inducir tales transiciones virtuales, reemplazando el papel de los campos aplicados intensos en la óptica no lineal. De esta manera, los procesos de orden superior que implican términos contrarrotantes pueden crear un acoplamiento efectivo entre dos estados del sistema ($|i\rangle$ y $|f\rangle$) con diferente número de excitaciones. La fuerza del acoplamiento efectivo g_{eff} se escala aproximadamente como $g\eta^n$, donde n es el número de estados virtuales intermedios visitados por el sistema en el camino entre $|i\rangle$ y $|f\rangle$ (un proceso de $(n + 1)$ -ésimo orden).

Si el acoplamiento luz-materia es lo suficientemente fuerte, g_{eff} se vuelve mayor que las velocidades de decoherencia relevantes en el sistema es decir, el acoplamiento efectivo puede denominarse fuerte.

5.10. Química con USC

El estudio de la QED de cavidad en SC y USC con conjuntos moleculares puede conducir a nuevas rutas para controlar los enlaces químicos y las reacciones (incluidas la dinámica, la cinética y la termodinámica) a nivel de nanoescala. Esta fotoquímica de polaritones moleculares en cavidades ópticas se denomina a veces *química de cavidad* [105, 102], *química de polaritón* o *química QED* [81, 41, 26].

Estudios recientes muestran que la reactividad en estado excitado de procesos fotoquímicos (como catálisis y fotosíntesis) en moléculas en nanocavidades puede ser modificada sustancialmente por SC y USC[84,85]. La razón es que g es comparable a las energías de las transiciones vibratorias y electrónicas en las moléculas y su acoplamiento [49]. En particular, se puede lograr un mejor control de las reacciones químicas mediante el desacoplamiento de polarones, inducido por SC o USC, de grados de libertad electrónicos y nucleares en un conjunto molecular [59]. Además, las reacciones químicas de barrera baja pueden verse afectadas por la interferencia cuántica de diferentes vías de reacción que ocurren simultáneamente en múltiples moléculas acopladas ultrafuertemente a una cavidad.

5.11. Sistemas disipativos

Las velocidades de disipación, decaimiento o decoherencia son escalas naturales que aparecen en varias plataformas de procesamiento de información cuántica debido al acoplamiento de qubits a cualquier grado de libertad externo. El primer estudio de disipación en el régimen de la USC utilizó el método del operador de proyección sin convolución de tiempo de segundo orden [35].

Aquí, veremos el método de proyección de la ecuación maestra [13] para obtener una descripción adecuada de la dinámica del sistema en el QRM disipativo, válido en el régimen de Bloch-Siegert (USC perturbativo). La forma estándar (Lindblad) de la ecuación maestra a temperatura cero $T = 0$ viene dada por:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -i[\hat{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}\hat{\rho}, \quad (34)$$

donde $\hat{\rho}$ es la matriz de densidad de todo el sistema. La Lindbladian \mathcal{L} en la forma estándar se define como:

$$\mathcal{L}\hat{\rho} = \kappa\mathcal{D}[\hat{a}]\hat{\rho} + \gamma_{ge}\mathcal{D}[\hat{\sigma}_-]\hat{\rho} + \frac{\gamma_\phi}{2}\mathcal{D}[\hat{\sigma}_z]\hat{\rho}. \quad (35)$$

Aquí κ , γ_{ge} y γ_ϕ son las tasas de decaimiento de la cavidad, decaimiento de qubit y desfase de qubit, respectivamente. El superoperador $\mathcal{D}[\hat{O}]$ se define como $\mathcal{D}[\hat{O}]\hat{\rho} = (1/2)(2\hat{O}\hat{\rho}\hat{O}^\dagger - \hat{\rho}\hat{O}^\dagger\hat{O} - \hat{O}^\dagger\hat{O}\hat{\rho})$.

La ecuación (34) supone que el estado base del qubit $|g\rangle$ más el vacío de la cavidad $|0\rangle$ es el estado base de todo el sistema $|g0\rangle$. Sin embargo, en el QRM el estado base es una superposición de diferentes estados de ambos subsistemas, es decir, es una superposición de múltiples estados de números de fotones entrelazados con los estados de qubit. Por lo tanto, la ecuación maestra debe modificarse de tal manera que amortigüe cualquier estado inicial hacia el estado fundamental real $|\tilde{g}0\rangle$.

Para obtener una ecuación maestra que tenga en cuenta los valores propios reales del QRM, primero nos movemos al marco que diagonaliza al Hamiltoniano cuántico de Rabi. Bajo aproximaciones experimentalmente razonables, la forma correcta del Lindbladian a temperatura cero $T = 0$ dice:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QRM}^\circ = \mathcal{D} \left[\sum_j \phi^j |j\rangle\langle j| \right] \circ + \sum_{j,\kappa \neq j} \Gamma_\phi^{j\kappa} \mathcal{D}[|j\rangle\langle \kappa|] \circ \\ + \sum_{j,\kappa > j} (\Gamma_\kappa^{j\kappa} + \Gamma_\Gamma^{j\kappa}) \mathcal{D}[|j\rangle\langle \kappa|] \circ \end{aligned}, \quad (36)$$

$|j\rangle$ y $|\kappa\rangle$ son estados propios del QRM. El círculo (\circ) representa el operador sobre el que actúa el Lindbladiano. Los dos primeros términos de la ecuación (35) son las contribuciones que causaron solo el desfase en la ecuación maestra estándar. Aquí, $\hat{\sigma}_z$ provoca un desfase en la base del estado propio con:

$$\phi_j = \sqrt{\frac{\gamma_\phi(0)}{2}} \sigma_z^{jj}, \quad (37)$$

donde $\gamma_\phi(\omega)$ es la tasa de desfase correspondiente al ruido a la frecuencia ω debido a la densidad espectral del ruido $\sigma_z^{j\kappa} = \langle j|\hat{\sigma}_z|\kappa\rangle$. El hecho de que $\hat{\sigma}_z$ no sea diagonal en la base propia del sistema provoca transiciones no deseadas a una velocidad:

$$\Gamma_\phi^{j\kappa} = \frac{\gamma_\phi(\Delta_{j\kappa})}{2} |\sigma_z^{j\kappa}|^2. \quad (38)$$

Este ruido será significativo solo si la densidad espectral de potencia del ruido de desfase a la frecuencia $\Delta_{j\kappa}$ es significativa. El ruido longitudinal a lo largo de σ_z puede estimular las transiciones entre los estados propios QRM $|j\rangle$, lo que lleva a la generación de fotones inducida por desfase y excitaciones de qubit, un fenómeno vinculado al efecto dinámico de Casimir.

Los dos últimos términos de la ecuación (35) son las contribuciones del resonador y los baños propios del qubit que causaron relajación en la ecuación maestra estándar. Estos baños ahora provocan transiciones entre estados propios a velocidades:

$$\Gamma_{\kappa}^{j\kappa} = \kappa(\Delta_{j\kappa})|X_{j\kappa}|^2 \quad (39)$$

$$\Gamma_{\Gamma}^{j\kappa} = \Gamma(\Delta_{j\kappa})|\sigma_x^{j\kappa}|^2, \quad (40)$$

donde:

$$X_{j\kappa} = \langle j|\hat{X}|\kappa\rangle \quad (41)$$

$$\sigma_x^{j\kappa} = \langle j|\hat{\sigma}_x|\kappa\rangle. \quad (42)$$

Las velocidades $\kappa(\omega)$ y $\Gamma(\omega)$ son proporcionales a los espectros de ruido del resonador y los baños de qubit, respectivamente. \hat{X} es la cuadratura de la cavidad $\hat{X} = \hat{a}^\dagger + \hat{a}$. El lindbladiano en la ecuación (35) predice correctamente la evolución del sistema del QRM en presencia de baños de disipación y desfase. Una consecuencia de la modificación de las velocidades de emisión es la aparición de una asimetría en la división Rabi del vacío cuando el qubit y el resonador son resonantes. El espectro del sistema podría usarse de esta manera para sondear el ruido de desfase [13].

Con la versión corregida de la ecuación maestra, se demostró que una modulación armónica de la fuerza de interacción qubit-cavidad en el régimen USC con una forma funcional [34]:

$$g(t) = g_0 + \Delta g \sin(\omega_{mod}t), \quad (43)$$

produce radiación extracavitaria originada por la emisión espontánea de fotones virtuales que existen en el estado base de un sistema acoplado ultrafuerte.

Un aspecto importante relacionado con la disipación es el impacto de las velocidades de desintegración en el número de fotones en el estado base de un sistema en el régimen de la USC. El estado base en un sistema qubit-cavidad acoplado ultrafuertemente se compone de estados qubit-cavidad híbridos que conducen a un valor distinto de cero del valor esperado del operador del número de fotones, definido como $\hat{N} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$. Entonces, es crucial comprender cuál es el impacto de las velocidades de desintegración de la cavidad y qubit en la población de fotones en el estado fundamental de la USC.

5.12. Simulaciones cuánticas y simulación de acoplamiento ultrafuerte

Además de los notables acoplamientos logrados en circuitos cuánticos superconductores, estas plataformas también se han utilizado para explorar simulaciones cuánticas. Con un simulador cuántico, todos los regímenes de acoplamiento entre un qubit y un resonador se pueden implementar de una manera totalmente sintonizable y eficiente. Se plantearon algunas propuestas utilizando circuitos superconductores, que incluyen la simulación cuántica analógica del modelo cuántico Rabi, la física de la ecuación de Dirac, la simulación cuántica

digital-analógica del modelo cuántico Rabi, y la física de Dicke, así como modos bosónicos en el régimen de la USC. En esta sección, ofrecemos una descripción general de varias de estas propuestas [85, 74, 45].

5.12.1. Modelo cuántico de Rabi con circuitos superconductores y el modelo de Jaynes-Cummings

La primera propuesta de simulación cuántica analógica de la dinámica de USC y DSC [6] consiste en un qubit superconductor acoplado a un modo de cavidad en el régimen de acoplamiento fuerte, con un impulso ortogonal de dos tonos aplicado al qubit. Se demostró mediante cálculos analíticos y numéricos que el método puede acceder a todos los regímenes de acoplamiento de materia ligera, incluido el USC ($0,1 \lesssim g/\omega \lesssim 1$, con g/ω la relación entre la fuerza de acoplamiento y la frecuencia del resonador) y DSC ($g/\omega \gtrsim 1$). Este esquema permite realizar un simulador cuántico analógico para una amplia gama de regímenes de acoplamiento luz-materia en plataformas donde esos regímenes son inalcanzables [21]. Esto incluye, entre otros, la simulación de la física de la ecuación de Dirac, los modelos de Dicke y spin-boson, el modelo de Kondo y la inestabilidad de Jahn-Teller [84].

Consideremos un sistema físico que consiste en un qubit superconductor fuertemente acoplado a un resonador de microondas. Trabajando en el punto de degeneración del qubit, el Hamiltoniano se lee [15]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hbar g\hat{\sigma}_x(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (44)$$

donde Ω es la frecuencia qubit, ω es la frecuencia del fotón y g denota la fuerza de acoplamiento. Además, \hat{a} y \hat{a}^\dagger representan los operadores de aniquilación y creación para el modo de campo del fotón, mientras que $\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_- = |e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|$, $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, donde $|g\rangle, |e\rangle$ denotan los estados fundamental y excitado del qubit superconductor, respectivamente. Se puede aplicar el RWA en una implementación típica de QED de circuito para simplificar aún más este Hamiltoniano. Más específicamente, si $\{|\omega - \Omega|, g\} \ll \omega + \Omega$, entonces se puede expresar como [126]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger), \quad (45)$$

que es formalmente equivalente al conocido modelo JC de cavidad QED. Al realizar el RWA, uno está despreciando los términos contrarrotantes $\hat{\sigma}_-\hat{a} + \hat{\sigma}_+\hat{a}^\dagger$, produciendo de esta manera un Hamiltoniano Eq. (44) donde se conserva el número de excitaciones.

El Hamiltoniano de la ecuación (44) es la base de nuestras derivaciones. Considere ahora dos campos de microondas clásicos que impulsan el qubit superconductor. Añadiendo los impulsos a la ecuación (44) da como resultado el siguiente Hamiltoniano:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger) \\ & - \hbar\Omega_1(e^{i\omega_1 t}\hat{\sigma}_- + e^{-i\omega_1 t}\hat{\sigma}_+) \\ & - \hbar\omega_2(e^{i\omega_2 t}\hat{\sigma}_- + e^{-i\omega_2 t}\hat{\sigma}_+), \end{aligned} \quad (46)$$

donde ω y Ω_j denotan la frecuencia y amplitud de la j -ésima conducción. Para obtener la ecuación (45), asumimos un RWA no solo aplicado al término de acoplamiento qubit-resonador, sino también a las derivaciones ortogonales.

Luego escribimos la ecuación (45) en un marco que gira con la primera frecuencia de excitación ω_1 , a saber,

$$\begin{aligned}\hat{H}^{L_1} = & \hbar \frac{\Omega - \omega_1}{2} \hat{\sigma}_z + \hbar(\omega - \omega_1) \hat{a}^\dagger \hat{a} \\ & - \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger) - \hbar \Omega_1 (\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+) \\ & - \hbar \Omega_2 (e^{i(\omega_2 - \omega_1)t} \hat{\sigma}_- + e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} \hat{\sigma}_+).\end{aligned}\tag{47}$$

Esta transformación permite mapear el primer Hamiltoniano impulsor original en uno independiente del tiempo $\hat{H}_0^{L_1} = \hbar \Omega_1 (\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+)$, mientras que el número de excitaciones no se ve afectado.

Los parámetros de conducción externos se pueden sintonizar de tal manera que $(\omega_1 - \omega_2) = 2\Omega$, lo que nos permite seleccionar los términos resonantes en el Hamiltoniano dependiente del tiempo. Por lo tanto, si el primer impulso Ω_1 es relativamente fuerte, se puede aproximar a un Hamiltoniano eficaz que es independiente del tiempo como:

$$\hat{H}_{eff} = \hbar(\omega - \omega_1) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\hbar \Omega_2}{2} \hat{\sigma}_z - \frac{\hbar g}{2} \hat{\sigma}_x (\hat{a}^\dagger + \hat{a}),\tag{48}$$

de donde la fuerza de acoplamiento obtenida con el Hamiltoniano efectivo (47) puede estimarse mediante la relación g_{eff}/ω_{eff} , donde $g_{eff} = g/2$ y $\omega_{eff} = \omega - \omega_1$.

Nótese la similitud entre el Hamiltoniano original (43) y la ecuación (47). Aunque el acoplamiento g está fijo en la ecuación (47), todavía se puede adaptar el tamaño relativo del resto de los parámetros sintonizando las frecuencias y amplitudes de las conducciones.

5.13. Simulación de Átomos ultra-fríos

A continuación se presenta una técnica para implementar una simulación cuántica del QRM para valores sin precedentes de la fuerza de acoplamiento utilizando un sistema de átomos fríos que se mueven libremente en una red periódica.

Se puede simular un sistema cuántico efectivo de dos niveles de frecuencia Ω mediante la ocupación de bandas de Bloch en una red, mientras que un modo bosónico único se implementa con las oscilaciones del átomo en una trampa óptica armónica de frecuencia ω que confina los átomos dentro de la red.

A una densidad suficientemente baja, la dinámica de los átomos neutros cargados en una red óptica puede ser descrita por el Hamiltoniano de una sola partícula:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{V}{2} \cos(4k_0 \hat{x}) + \frac{m\omega^2}{2} \hat{x}^2,\tag{49}$$

donde $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial x$, m es la masa del átomo, ω es la frecuencia de la trampa armónica, mientras que V y $4k_0$ son la profundidad y el vector de onda del potencial periódico. Usando las funciones de Bloch, podemos identificar un número cuántico discreto, el índice de banda n_b , y una variable continua, el cuasimomento atómico q . Fijando nuestra atención en las bandas con los dos n_b más bajos, el Hamiltoniano se puede leer como:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \begin{pmatrix} q^2 + 4\hbar k_0 q & 0 \\ 0 & q^2 - 4\hbar k_0 q \end{pmatrix} + \frac{V}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \frac{m\omega^2\hbar^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (50)$$

Por analogía con el QRM habitual:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_z - i\hbar g\hat{\sigma}_x(\hat{a}^\dagger - \hat{a}),$$

definimos un espacio de energía de qubit efectivo $\Omega = V/2\hbar$ y una interacción efectiva luz-materia $g = 2k_0\sqrt{\hbar\omega}/2m$.

El valor de la fuerza de acoplamiento efectiva está intrínsecamente vinculado a la frecuencia de la trampa $g \sim \sqrt{\omega}$, y dado que la frecuencia de la trampa es baja (típicamente kilohercios en experimentos reales), la velocidad g/ω solo se puede ajustar en un rango de valores extremadamente altos, $g/\omega \sim 19$.

Dado que solo son valores accesibles muy altos de la velocidad g/ω , el RWA nunca se puede aplicar y el modelo no se puede implementar en el límite JC. Se puede observar una dinámica interesante en el cruce entre los regímenes DSC dispersivo y resonante para valores de parámetros inalcanzables hasta ahora con las implementaciones disponibles del QRM. Sin embargo, la analogía con el QRM se rompe cuando el valor del impulso simulado supera los límites de la primera zona de Brillouin. Cuando este es el caso, el modelo representa una generalización del QRM en el espacio de fase periódica.

5.14. Simulación de Física de Dirac

Existen fuertes conexiones entre el QRM y la ecuación de Dirac [73]. Por lo tanto, la simulación de la física de la ecuación de Dirac es importante para conectarla con la física de los regímenes de la USC y DSC. La dinámica de una partícula relativista de espín $-1/2$ se emula mediante 2 grados de libertad de interacción de dos subsistemas diferentes, estos son: una onda estacionaria en un resonador de línea de transmisión y un qubit superconductor. La posición y el momento de la partícula de Dirac simulada se codifican en las cuadraturas de campo. Con este enfoque se puede combinar campos de cavidades con microondas de propagación cuántica [20].

En el protocolo descrito aquí, se requiere un qubit superconductor, por ejemplo, un qubit de flujo [89] trabajando en su punto de degeneración fuertemente acoplado a un modo de campo electromagnético de un resonador de línea de transmisión. La interacción entre los dos sistemas puede ser descrita por el Hamiltoniano JC [15, 65]. Adicionalmente, consideramos tres excitaciones de microondas externas clásicas, dos de ellas transversales al resonador [6]

que se acoplarán solo al qubit, y la tercera excitación acoplada longitudinalmente al resonador. El Hamiltoniano que describe este sistema es:

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} - \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger) \\
& - \hbar\Omega_1(e^{i(\omega t+\varphi)}\hat{\sigma}_- + e^{-i(\omega t+\varphi)}\hat{\sigma}_+) \\
& - \hbar\lambda(e^{i(\nu t+\varphi)}\hat{\sigma}_- + e^{-i(\nu t+\varphi)}\hat{\sigma}_+) \\
& + \hbar\xi(e^{i\omega t}\hat{a} + e^{-i\omega t}\hat{a}^\dagger),
\end{aligned} \tag{51}$$

donde $\hat{\sigma}_y = i(\hat{\sigma}_- - \hat{\sigma}_+) = i(|g\rangle\langle e| - |e\rangle\langle g|)$ y $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, con $|g\rangle, |e\rangle$ que denotan los estados del qubit fundamental y excitado, respectivamente. Aquí $\hbar\omega$ y $\hbar\Omega$ corresponden a energías de fotón y qubit desacopladas, mientras que g representa la fuerza de acoplamiento qubit-fotón. Los dos impulsos de microondas ortogonales tienen amplitudes Ω_1, λ , fase φ y frecuencias ω y ν .

Este procedimiento se basa en dos transformaciones. Primero, el hamiltoniano de la ecuación (50) se puede transformar en el marco giratorio con respecto a la frecuencia del resonador ω , esto es:

$$\begin{aligned}
\hat{H}^{L_1} = & -\hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger) \\
& - \hbar\Omega_1(e^{i\varphi}\hat{\sigma}_- + e^{-i\varphi}\hat{\sigma}_+) + \hbar\xi(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \\
& - \hbar\lambda(e^{i[(\nu-\omega)t+\varphi]}\hat{\sigma}_- + e^{-i[(\nu-\omega)t+\varphi]}\hat{\sigma}_+).
\end{aligned} \tag{52}$$

En segundo lugar, el hamiltoniano obtenido se transforma en otro marco que gira con respecto al Hamiltoniano $\hat{H}_0^{L_1} = -\hbar\Omega_1(e^{i\varphi}\hat{\sigma}_- + e^{-i\varphi}\hat{\sigma}_+)$, es decir:

$$\begin{aligned}
\hat{H}^I = & -\frac{\hbar g}{2}([|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -| + e^{-i2\Omega_1 t}|+\rangle\langle -| - e^{i2\Omega_1 t}|-\rangle\langle +|]e^{i\varphi}\hat{a} + h.c.) \\
& - \frac{\hbar\lambda}{2}([|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -| - e^{-i2\Omega_1 t}|+\rangle\langle -| + e^{i2\Omega_1 t}|-\rangle\langle +|]e^{i(\nu-\omega)t} + h.c.) \\
& + \hbar\xi(\hat{a} + \hat{a}^\dagger),
\end{aligned} \tag{53}$$

donde consideramos la base de qubit rotados $|\pm\rangle = (|g\rangle \pm e^{-i\varphi}|e\rangle)/\sqrt{2}$. También se consideró $\omega - \nu = 2\Omega_1$ para simplificar el cálculo, y también asumimos que la primera amplitud de conducción Ω_1 es grande en comparación con las otras frecuencias Rabi en la ecuación (52). Por lo tanto, podemos aplicar el RWA y el nuevo Hamiltoniano queda como:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{\hbar\lambda}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar g}{\sqrt{2}}\hat{\sigma}_y\hat{P} + \hbar\xi\sqrt{2}\hat{x}, \tag{54}$$

donde $\varphi = \pi/2$ y utilizamos las cuadraturas del campo electromagnético, es decir, $\hat{x} = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2}$, $\hat{P} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2}$, obedeciendo a la relación de conmutación $[\hat{x}, \hat{P}] = i$. Tenga en cuenta que Ω_1 no está presente en la ecuación Hamiltoniana efectiva (53). Esto es una consecuencia de derivar el Hamiltoniano en un marco giratorio con Ω_1 actuando como

una frecuencia grande en el régimen de parámetros de conducción fuerte.

La dinámica de Schrödinger de la ecuación (53) es análoga a la de la ecuación de Dirac $1 + 1$, donde los parámetros $\hbar g/\sqrt{2}$ y $\hbar\lambda/2$ simulan, respectivamente, la velocidad de la luz y la masa de las partículas. Además, también tenemos un potencial externo $\phi = \hbar\xi\sqrt{2}\hat{x}$ que es lineal en la posición de la partícula. Para la constante de acoplamiento fija g , la masa simulada crece linealmente con la amplitud del impulso débil λ , mientras que la fuerza del potencial se puede ajustar con la amplitud impulsora longitudinal ξ [25].

En la implementación del circuito cuántico superconductor, el análisis de las características cuánticas relativistas, como Zitterbewegung o la paradoja de Klein, debe llevarse a cabo mediante una descripción del espacio fase del campo electromagnético en el resonador de la línea de transmisión. El estado cuántico inicial del grado bosónico de libertad de la partícula de Dirac simulada puede representarse mediante un paquete de ondas con una posición promedio $\langle\hat{x}_0\rangle$ y una cantidad de movimiento promedio $\langle\hat{P}_0\rangle$:

$$\psi(x) = \pi^{-1/4} e^{i\langle\hat{P}_0\rangle x} e^{-\frac{(x-\langle\hat{x}_0\rangle)^2}{2}}. \quad (55)$$

El paquete de ondas es análogo a la representación en cuadratura x de un estado coherente de campo electromagnético:

$$\left| \frac{\langle\hat{x}_0\rangle + i\langle\hat{P}_0\rangle}{\sqrt{2}} \right\rangle = \hat{D} \left(\frac{\langle\hat{x}_0\rangle + i\langle\hat{P}_0\rangle}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle, \quad (56)$$

donde $|0\rangle$ es el estado de vacío del campo bosónico, y $\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}$ es el operador de desplazamiento.

6. Conclusiones

Cuando la radiación interacciona con la materia ésta puede revelar algunos aspectos de su estructura o propiedades y efectos cuánticos que, para describirlos, se han propuesto modelos para observarlos de forma experimental. Sea cual sea el modelo todos están basados en el modelo de Rabi que describe la energía del fotón, del excitón y de la interacción luz-materia.

Este trabajo es una recopilación de información de los pioneros en el tema, cuyo objetivo es presentar el régimen de acoplamiento ultrafuerte, sus propiedades y exponer brevemente pero de forma clara algunas de las observaciones experimentales y muchos efectos físicos interesantes cuando se logra éste régimen de interacción, lo cual sucede particularmente en semiconductores.

Más allá de los casos descritos en este trabajo, también se están estudiando en el régimen de la USC casos como la ruptura de simetría y el mecanismo de Higgs y los enfoques relacionados con los diagramas de Feynman.

Aunque es un tema novedoso y reciente, el USC se ha logrado en una gran cantidad de sistemas gracias al desarrollo general de la ciencia y tecnología, abriendo la posibilidad de

nuevos experimentos para estudiar nuevos fenómenos en el USC y, tal vez, nuevas aplicaciones que se podrían añadir a la lista ya existente. Sin embargo, aunque hoy en día el USC se ha vuelto muy accesible aún existen muchas preguntas sobre cómo explicar algunas de las observaciones experimentales y sobre lo que se puede hacer con éste régimen de interacción para lograr tecnologías cuánticas más eficientes.

Referencias

- [1] Raines Z. M. Curtis J. B. Galitski V. M. Allocca, A. A. Cavity superconductor-polaritons. *Phys. Rev. B* *99*, 020504., 2019.
- [2] A. A. et al. Anappara. Signatures of the ultrastrong light-matter coupling regime. *Phys. Rev. B* *79*, 201303, *The first experiment to demonstrate ultrastrong light-matter coupling.*, 2009.
- [3] C. K. Andersen and A. Blais. *New J. Phys.* *19*, 023022, 2017.
- [4] F Ashhab, S. Nori. Qubit-oscillator systems in the ultrastrong-coupling regime and their potential for preparing nonclassical states. *Phys. Rev. A* *81*, 042311, 2010.
- [5] B. et al. Askenazi. Midinfrared ultrastrong light-matter coupling for thz thermal emission. *ACS Photonics* *4*, 2550, 2017.
- [6] G. Romero J. J. Garc ia-Ripoll F. Deppe Ballester, D. and E. Solano. *Phys. Rev. X* *2*, 021007., 2012.
- [7] M. Ogawa Bamba. Stability of polarizable materials against superradiant phase transition. *Phys. Rev. A* *90*, 063825, 2014.
- [8] N. Bamba, M. Imoto. Circuit configurations which may or may not show superradiant phase transitions. *Phys. Rev. A* *96*, 053857, 2017.
- [9] T. Bamba, M. Ogawa. Laser under ultrastrong light-matter interaction: Qualitative aspects and quantitative influences by level and mode truncations. *Phys. Rev. A* *93*, 033811., 2016.
- [10] C. Bartolo, N. Ciuti. Vacuum-dressed cavity magnetotransport of a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* *98*, 205301., 2018.
- [11] Guerlin C. Brennecke F. Esslinger-T. Baumann, K. ‘dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity’. *Nature* *464*, 1301–1306., 2010.
- [12] A. et al. Bayer. Terahertz light-matter interaction beyond unity coupling strength. *Nano. Lett.* *17*, 6340, 2017.
- [13] J. M. Gambetta Beaudoin, F. and A. Blais. *Phys. Rev. A* *84* (4), 043832., 2011.
- [14] J. M. Chow J. Koch-A. A. Houck M. H. Devoret E. Thuneberg S. M. Girvin Bishop, L. S. and R. J. Schoelkopf. *Nat. Phys.* *5*, 105, 2009.
- [15] R. S. Huang A. Wallraff S. M. Girvin Blais, A. and R. J. Schoelkopf. *Phys. Rev. A* *69*, 062320., 2004.
- [16] A. Bloch, F. Siegert. Magnetic resonance for nonrotating fields. *Phys. Rev.* *57*, 522–527., 1940.
- [17] T. Freixanet J. Y. Marzin V. Thierry-Mieg Bloch, J. and R. Planel. *Appl. Phys. Lett.* *73*, 1694., 1998.

- [18] M. F. Gely V. Singh A. Bruno D. Bothner Bosman, S. J. and G. A. Steele. *npj Quantum Information* 3, 46., 2017b.
- [19] D. Vion P. Joyez D. Esteve Bouchiat, V. and M. H. Devoret. *Physica Scripta T76*, 165., 1998.
- [20] C. Lang L. Steffen J. M. Fink C. Eichler M. Baur R. Bianchetti P. J. Leek S. Filipp-M. P. da Silva-A. Blais Bozyigit, D. and A. Wallraff. *Nat Phys* 7, 154., 2011.
- [21] D. Braak. *Phys. Rev. Lett.* 107, 100401, 2011.
- [22] J. et al. Braumüller. Analog quantum simulation of the rabi model in the ultrastrong coupling regime. *Nat. Commun.* 8, 779, 2017.
- [23] Vurgaftman I. Tischler J. G. Glembocki O. J. Owrutsky J. C. Reinecke T. L. Caldwell, J. D. Atomic-scale photonic hybrids for mid-infrared and terahertz nanophotonics. *Nat. Nanotechnol.* 11, 9–15., 2016.
- [24] Ai Q. Sun C.-P. Nori F. Cao, X. The transition from quantum zeno to anti-zeno effects for a qubit in a cavity by varying the cavity frequency. *Phys. Lett. A* 376, 349, 2012.
- [25] Romero G. Lizuain I.-García-Ripoll J. J. Solano E. Casanova, J. Deep strong coupling regime of the jaynes-cummings model. *Phys. Rev. Lett.* 263603, 2010.
- [26] R. et al. Chikkaraddy. Single-molecule strong coupling at room temperature in plasmonic nanocavities. *Nature* 535, 127, 2016.
- [27] P. Bertet K. Semba-Y. Nakamura C. J. P. M. Harmans Chiorescu, I. and J. E. Mooij. *Nature* 431, 159., 2004.
- [28] Polini M. Giovannetti V. MacDonald A. H. Chiroli, L. 'drude weight, cyclotron resonance, and the dicke model of graphene cavity qed'. *Phys. Rev. Lett.* 109, 267404., 2012.
- [29] Shammah N. Lambert N. De Liberato S. Nori F. Cirio, M. 'multielectron ground state electroluminescence'. *Phys. Rev. Lett.* 122, 190403, 2019.
- [30] Bastard G. Carusotto I. Ciuti, C. Quantum vacuum properties of the intersubband cavity polariton field. *Phys. Rev. B* 72, 115303, *Early prediction of how ultrastrong light-matter coupling can be achieved experimentally.*, 2005.
- [31] Jiang H.-C. Moritz B. Devereaux T. P. Claassen, M. Dynamical time-reversal symmetry breaking and photoinduced chiral spin liquids in frustrated mott insulators. *Nat. Commun.* 8, 1192, 2017.
- [32] Jaako-T. Rabl P. De Bernardis, D. Cavity quantum electrodynamics in the nonperturbative regime. *Phys. Rev. A* 97, 043820, 2018.
- [33] Pilar-P. Jaako T. De Liberato S. Rabl P. De Bernardis, D. Breakdown of gauge invariance in ultrastrong-coupling cavity qed. *Phys. Rev. A* 98, 053819, 2018.

- [34] C. De Liberato, S. Ciuti. Quantum theory of intersubband polarons. *Phys. Rev. B* *85*, 125302, 2012.
- [35] S. De Liberato. Light-matter decoupling in the deep strong coupling regime: the breakdown of the Purcell effect. *Phys. Rev. Lett.* *112*, 016401, 2014.
- [36] H. Haug Deng, H. and Y. Yamamoto. *Rev. Mod. Phys.* *82*, 1489., 2010.
- [37] Girvin S. Schoelkopf R. Devoret, M. H. Circuit-qed: how strong can the coupling between a Josephson junction atom and a transmission line resonator be? *Ann. Phys.* *16*, 767, 2007.
- [38] Settineri A. Macrì V. Garziano L. Stassi R. Savasta S. Nori F. Di Stefano, O. Resolution of gauge ambiguities in ultrastrong-coupling cavity qed. *Nat. Phys.* *15*, 803–808., 2019.
- [39] R. H. Dicke. *Phys. Rev.* *93*, 99, 1954.
- [40] Köhler R. Tredicucci A. Biasiol G. Sorba L. Dini, D. Microcavity polariton splitting of intersubband transitions. *Phys. Rev. Lett.* *90*, 116401., 2003.
- [41] T. W. Ebbesen. Hybrid light-matter states in a molecular and material science perspective. *Acc. Chem. Res.* *49*, 2403, 2016.
- [42] Brodeur J. Barachati F. Sridharan A. Kéna-Cohen S. Eizner, E. Organic photodiodes with an extended responsivity using ultrastrong light-matter coupling. *ACS Photonics* *5*, 2921, 2018.
- [43] G. M. Eliashberg. Film superconductivity stimulated by a high-frequency field. *JETP Lett.* *11*, 114–116., 1970.
- [44] T. Emary, C. Brandes. Chaos and the quantum phase transition in the Dicke model. *Phys. Rev. E* *67*, 066203, 2003.
- [45] S. Felicetti D. Marković S. Jezouin A. Keller T. Coudreau B. Huard Fedortchenko, S. and P. Milman. *Phys. Rev. A* *95*, 042313., 2017.
- [46] P. Forn-Díaz, L. Lamata, E. Rico, J. Kono, and E. Solano. Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction. *Reviews of Modern Physics*, 91(2):025005, 2019.
- [47] Lamata L. Rico E. Kono J. Solano E. Forn-Díaz, P. Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction. *Rev. Mod. Phys.* *91*, 025005., 2019.
- [48] P. et al. Forn-Díaz. Observation of the Bloch-Siegert shift in a qubit-oscillator system in the ultrastrong coupling regime. *Phys. Rev. Lett.* *105*, 237001, 2010.
- [49] Garcia-Vidal F. J. Feist J. Galego, J. Cavity-induced modifications of molecular structure in the strong-coupling regime. *Phys. Rev. X* *5*, 041022, 2015.
- [50] S. et al. Gambino. Exploring light-matter interaction phenomena under ultrastrong coupling regime. *ACS Photonics* *1*, 1042, 2014.

- [51] R. Stassi V. Macr ı S. Savasta Garziano, L. and O. Di Stefano. *Phys. Rev. A* *91*, 023809., 2015b.
- [52] Ridolfo A. De Liberato S. Savasta S. Garziano, L. Cavity qed in the ultrastrong coupling regime: photon bunching from the emission of individual dressed qubits. *ACS Photonics* *4*, 2345, 2017.
- [53] Walther C. Scalari G. Beck M. Fischer M. Nevou L. Faist J. Geiser, M. Strong light-matter coupling at terahertz frequencies at room temperature in electronic lc resonators. , *Appl. Phys. Lett.* *97*, 191107., 2010.
- [54] A. et al. Genco. Bright polariton coumarin-based oleds operating in the ultrastrong coupling regime. *Adv. Opt. Mater.* *6*, 1800364, 2018.
- [55] Held M. Zakharko Y. Tropic L. Gather M. C. Zaumseil J. Graf, A. Electrical pumping and tuning of exciton-polaritons in carbon nanotube microcavities. *Nat. Mater.* *16*, 911–917., 2017.
- [56] Maier S. A. Kéna-Cohen S. Gubbin, C. R. Low-voltage polariton electroluminescence from an ultrastrongly coupled organic light-emitting diode. *Appl. Phys. Lett.* *104*, 233302, 2014.
- [57] De Liberato S. Ciuti C. Hagenmüller, D. Ultrastrong coupling between a cavity resonator and the cyclotron transition of a two-dimensional electron gas in the case of an integer filling factor. *Phys. Rev. B* *81*, 235303, 2010.
- [58] E. H. Hepp, K. Lieb. On the superradiant phase transition for molecules in a quantized radiation field: the dicke maser model. *Ann. Phys.* *76*, 360–404, 1973.
- [59] F. C. Herrera, F. Spano. Cavity-controlled chemistry in molecular ensembles. *Phys. Rev. Lett.* *116*, 238301, 2016.
- [60] H. Wang M. Ansmann R. C. Bialczak E. Lucero M. Neeley A. D. O’Connell D. Sank J. Wenner-J. M. Martinis Hofheinz, M. and A. N. Cleland. *Nature* *459*, 546., 2009.
- [61] J. J. Hopfield. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals. *Phys. Rev.* *112*, 1555, 1958.
- [62] C. W. Zollitsch J. Lotze F. Hocke M. Greifenstein A. Marx R. Gross Huebl, H. and S. T. B. Goennenwein. *Phys. Rev. Lett.* *111*, 127003, 2013.
- [63] Sentef M. A. De Giovannini U. Kemper A. F. Rubio A. Hübener, H. Creating stable floquet-weyl semimetals by laser-driving of 3d dirac materials. *Nat. Commun.* *8*, 13940, 2017.
- [64] Xiang Z.-L. Garcia-Ripoll J. J. Rabl P. Jaako, T. Ultrastrong-coupling phenomena beyond the dicke model. *Phys. Rev. A* *94*, 033850, 2016.
- [65] E. T. Jaynes and F. W. Cummings. *IEEE Xplore* *51*, 89, 1963.

- [66] S. Saito-T. Meno-H. Nakano M. Ueda K. Semba Johansson, J. and H. Takayanagi. *Phys. Rev. Lett.* *96*, 127006., 2006.
- [67] Geng B.-Horng J.-Girit C. Martin M. Hao Z. Bechtel H. A. Liang X. Zettl A. Shen-Y. R. Wang-F. Ju, L. ‘graphene plasmonics for tunable terahertz metamaterials’,. *Nat. Nanotechnol.* *6*, 630–634., 2011.
- [68] J. Keeling. Coulomb interactions, gauge invariance, and phase transitions of the dicke model. j. *Phys. Condens. Matter* *19*, 295213, 2007.
- [69] Coulthard J. R. Schlawin-F. Ardavan A. Jaksch D. Kiffner, M. Manipulating quantum materials with quantum light. *Phys. Rev. B* *99*, 085116., 2019.
- [70] A. B. Klimov and S. M. Chumakov. A group-theoretical approach to quantum optics (wiley-vch ver-lag gmbh co. kгаа, weinheim). 2009.
- [71] Anton Frisk Kockum, Adam Miranowicz, Simone De Liberato, Salvatore Savasta, and Franco Nori. Ultrastrong coupling between light and matter. *Nature Reviews Physics*, 1(1):19–40, 2019.
- [72] W. Kohn. Cyclotron resonance and de haas-van alphen oscillations of an interacting electron gas. *Phys. Rev.* *123*, 1242, 1961.
- [73] J. León T. Schatz Lamata, L. and E. Solano. *Phys. Rev. Lett.* *98*, 253005, 2007.
- [74] L. Lamata. Digital-analog quantum simulation of generalized dicke models with superconducting circuits. *Sci. Rep.* *7*, 43768, 2017.
- [75] N. K. et al. Langford. Experimentally simulating the dynamics of quantum light and matter at deep-strong coupling. *Nat. Commun.* *8*, 1715, 2017.
- [76] Bamba M. Zhang Q.-Fallahi S. Gardner G. C. Gao W. Lou M. Yoshioka K. Manfra M. J. Kono J. Li, X. Vacuum bloch–siebert shift in landau polaritons with ultra-high cooperativity. *Nat. Photon.* *12*, 324–329., 2018.
- [77] Refael G. Galitski V. Lindner, N. H. Floquet topological insulator in semiconductor quantum wells. *Nat. Phys.* *7*, 490, 2011.
- [78] S. Chesi Z.-J. Ying X. Chen H.-G. Luo Liu, M. and H.-Q. Lin. *Phys. Rev. Lett.* *119*, 220601., 2017.
- [79] Casanova J. García-Ripoll J. J. Muga J. G. Solano E. Lizuain, I. Zeno physics in ultrastrong-coupling circuit qed. *Phys. Rev. A* *81*, 062131, 2010.
- [80] Baksic A. Nagy-D. Manucharyan V. E. Ciuti C. Lolli, J. ‘ancillary qubit spectroscopy of vacua in cavity and circuit quantum electrodynamics’. *Phys. Rev. Lett.* *114*, 183601, 2015.
- [81] V. Macrì. Nonperturbative dynamical casimir effect in optomechanical systems: vacuum casimir-rabi splittings. *Phys. Rev. X* *8*, 011031, 2018.

- [82] A. Mazza, G. Georges. Superradiant quantum materials. *Phys. Rev. Lett.* *122*, 017401., 2019.
- [83] M. et al. Mazzeo. Ultrastrong light-matter coupling in electrically doped microcavity organic light emitting diodes. *Appl. Phys. Lett.* *104*, 233303, 2014.
- [84] T. Duty-R. H. McKenzie Meaney, C. P. and G. J. Milburn. *Phys. Rev. A* *81* (4), 043805., 2010.
- [85] U. Las Heras-J. S. Pedernales L. DiCarlo E. Solano Mezzacapo, A. and L. Lamata. *Sci. Rep.* *4*, 7482., 2014.
- [86] G. T. Moore. Quantum theory of the electromagnetic field in a variable-length onedimensional cavity. *J. Math. Phys.* *11*, 2679–2691., 1970.
- [87] P. Nataf and C. Ciuti. *Phys. Rev. Lett.* *107*, 190402., 2011.
- [88] T. et al. Niemczyk. Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime. *Nat. Phys.* *6*, 772, 2010.
- [89] A. Fedorov-C. J. P. M. Harmans Paauw, F. G. and J. E. Mooij. *Phys. Rev. Lett.* *102*, 090501., 2009.
- [90] R. Paiella. Intersubband transitions in quantum structures. *McGraw-Hill, New York.*, 2006.
- [91] Appugliese-F. Richter E. Valmorra F. Keller J. Beck M. Bartolo N. Rössler C. Ihn T. Ensslin K. Ciuti C.-Scalari G. Faist J. Paravicini-Bagliani, G. L. Magneto-transport controlled by landau polariton states. *Nat. Phys.* *15*, 186–190., 2018.
- [92] G. L. et al. Paravicini-Bagliani. Tomography of an ultrastrongly coupled polariton state using magnetotransport in the quantum regime. *Nat. Phys.* <https://doi.org/10.1038/s41567-018-0346-y>, 2018.
- [93] Di Candia R. Ballester D. Solano E Pedernales, J. S. Quantum simulations of relativistic quantum physics in circuit qed. *New J. Phys.* *15*, 055008., 2013.
- [94] Nicolas Marquez Peraca, Andrey Baydin, Weilu Gao, Motoaki Bamba, and Junichiro Kono. Ultrastrong light–matter coupling in semiconductors. *Semiconductor Quantum Science and Technology*, 105:89–151, 2020.
- [95] I. I. Rabi. Space quantization in a gyrating magnetic field. *Phys. Rev.* *51*, 652, 1937.
- [96] Savasta S. Hartmann M. J. Ridolfo, A. Nonclassical radiation from thermal cavities in the ultrastrong coupling regime. *Phys. Rev. Lett.* *110*, 163601, 2013.
- [97] Ballester D. Wang Y. M. Scarani V. Solano E. Romero, G. Ultrafast quantum gates in circuit qed. *Phys. Rev. Lett.* *108*, 120501, 2012.
- [98] C. J. Villas-Boas M. Sanz Rossatto, D. Z. and E. Solano. *Phys. Rev. A* *96*, 013849, 2017.

- [99] Tancogne-Dejean N. Flick-J. Appel H. Rubio A. Ruggenthaler, M. From a quantum-electrodynamical light-matter description to novel spectroscopies. *Nat. Rev. Chem.* *2*, 0118, 2018.
- [100] Wódkiewicz-K. Żakowicz-W. RzaŻewski, K. Phase transitions, two-level atoms, and the a2 term. *Phys. Rev. Lett.* *35*, 432, 1975.
- [101] R. Savasta, S. Girlanda. Quantum description of the input and output electromagnetic fields in a polarizable confined system. *Phys. Rev. A* *53*, 2716, 1996.
- [102] Cavalleri A. Jaksch-D. Schlawin, F. Cavity-mediated electron-photon superconductivity. *Preprint at <http://arxiv.org/abs/1804.07142>*, 2018.
- [103] De Bernardis D. Läuchli-A. M. Rabl P. Schuler, M. Cavity quantum electrodynamics of strongly correlated dipolar matter. *arXiv:2004.13738.*, 2020.
- [104] A. Wallraff A. Blais L. Frunzio R. S. Huang J. Majer S. M. Girvin Schuster, D. I. and R. J. Schoelkopf. *Physical Review Letters* *94* (12), 123602., 2005.
- [105] Ruggenthaler M. Rubio A. Sentef, M. A. Cavity quantum-electrodynamical polaritonically enhanced electron-phonon coupling and its influence on superconductivity. *Sci. Adv.* *4*, eaau6969, 2018.
- [106] P. L. Shore, B. W. Knight. The jaynes-cummings model. *Mod. Opt.* *40*, 1195, 1993.
- [107] Fogler M. M. Basov D. N. Millis A. J. Sun, Z. Collective modes and terahertz near-field response of superconductors. *Phys. Rev. Res.* *2*, 023413., 2020.
- [108] M. S. et al. Tame. Quantum plasmonics. *Nat. Phys.* *9*, 329, 2013.
- [109] F. W. Tavis, M. Cummings. Exact solution for an n-molecule-radiation-field hamiltonian. *Phys. Rev.* *170*, 379, 1968.
- [110] M. Tobar, M. E. Goryachev. Microwave frequency magnetic field manipulation systems and methods and associated application instruments, apparatus and system. *US Patent* *10,290,916.*, 2019.
- [111] Andrews A. M. Colombelli R. De Liberato S. Ciuti C. Klang P. Strasser G. Sirtori C. Todorov, Y. Ultrastrong light-matter coupling regime with polariton dots. *Phys. Rev. Lett.* *105*, 196402., 2010.
- [112] Andrews A. Sagnes I. Colombelli R. Klang P. Strasser G. Sirtori C. Todorov, Y. Strong light-matter coupling in subwavelength metal-dielectric microcavities at terahertz frequencies. *Phys. Rev. Lett.* *102*, 186402., 2009.
- [113] Kawasaki M. Nagaosa N. Tokura, Y. Emergent functions of quantum materials. *Nat. Phys.* *13*, 1056–1068., 2017.
- [114] von Delft J. Marquardt F. Viehmann, O. Superradiant phase transitions and the standard description of circuit qed. *Phys. Rev. Lett.* *107*, 113602, 2011.

- [115] Chesi S. Loss D. Bruder C. Wang, Y.-D. One-step multiqubit greenberger-horne-zeilinger state generation in a circuit qed system. *Phys. Rev. B* *81*, 104524., 2010.
- [116] Guo C. Zhang G.-Q. Wang G. Wu C. Wang, Y. Ultrafast quantum computation in ultrastrongly coupled circuit qed systems. *Sci. Rep.* *7*, 44251, 2017.
- [117] Zhang J. Wu C.-You J. Q. Romero G. Wang, Y. Holonomic quantum computation in the ultrastrong-coupling regime of circuit qed. *Phys. Rev. A* *94*, 012328, 2016.
- [118] Jaing C.-C.-Chen Y.-T. Lin C.-C. Cheng C.-W. Chan C.-H. Lee C.-C. Chang J.-F. Wei, H.-S. Adjustable exciton-photon coupling with giant rabi-splitting using layer-by-layer j-aggregate thin films in all-metal mirror microcavities. *Opt. Exp.* *21*, 21365–21373., 2013.
- [119] S. West, L. Eglash. First observation of an extremely large-dipole infrared transition within the conduction band of a gaas quantum well. *Appl. Phys. Lett.* *46*, 1156–1158., 1985.
- [120] Johansson G.-Pourkabirian-A. Simoen-M. Johansson J. R. Duty T.-Nori F. Delsing P. Wilson, C. M. Observation of the dynamical casimir effect in a superconducting circuit. *Nature* *479(7373)*, 376–379., 2011.
- [121] Cui S.-Cao-J.-P.-Amico L. Fan H. Xie, Q.-T. Anisotropic rabi model. *Rev. X* *4*, 021046, 2014.
- [122] F. Yoshihara. Superconducting qubit-oscillator circuit beyond the ultrastrong-coupling regime. *Nat. Phys.* *13*, 44, 2017.
- [123] D. Yoshioka. The quantum hall effect. *Springer*, (Berlin and New York), 2002.
- [124] Lou M. Li-X.-Reno-J. L. Pan W. Watson J. D.-Manfra M. J. Kono J. Zhang, Q. Collective non-perturbative coupling of 2d electrons with high-quality-factor terahertz cavity photons. *Nat. Phys.* *12*, 1005–1011., 2016.
- [125] Zhu N. Zou-C.-L. Tang H. X. Zhang, X. Optomagnonic whispering gallery microresonators. *Phys. Rev. Lett.* *117*, 123605., 2016.
- [126] G. M. Reuther-S. Kohler Zueco, D. and P. Hanggi. *Phys. Rev. A* *80*, 033846, 2009.