



Caos en fluidos polaritónicos

Proyecto Terminal

Autor:

Manuel Salvador Cipriano Solis

Asesor:

Miguel Angel Bastarrachea Magnani

Proyecto Terminal I: Investigación Teórica.

Clave 2111107. Trimestre 21-P.

Licenciatura en Física.

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

18 de Octubre de 2021.

CONTENIDO

I. Introducción	3
II. Fluidos polaritónicos	3
A. Excitones-polaritones	3
B. Fluidos de polaritones	5
C. Caos en fluidos polaritónicos	6
III. Ecuaciones dinámicas para fluidos interactuantes	7
IV. Variables de momento angular	8
A. Cálculo de las componentes	9
B. Cálculo de las derivadas	10
V. Resultados de la solución de las ecuaciones dinámicas	16
VI. Conclusiones	25
Referencias	25

I. INTRODUCCIÓN

El caos es un fenómeno fundamental en la naturaleza que se presenta en diversos sistemas, desde objetos astronómicos hasta el mundo cuántico. Una de las plataformas contemporáneas donde la emergencia del caos ha sido poco explorada es la de los semiconductores bidimensionales dentro de microcavidades [1]. En estos sistemas el acoplamiento fuerte entre la luz y la materia permite la formación de excitones-polaritones, es decir, estados cuánticos sintonizables que combinan las ventajas de sus componentes fundamentales. La posibilidad de transferir propiedades de la luz a la materia y viceversa, así como su capacidad para exhibir comportamiento cuántico colectivo como condensación de Bose-Einstein y superfluidez los coloca en una posición única para estudiar fenómenos ópticos no lineales en fluidos cuánticos [2]. En este proyecto estudiamos el comportamiento y las propiedades de dos fluidos de polaritones interactuantes entre ellos, por medio de la ecuación de Gross-Pitaevskii con la intención de desarrollar una plataforma teórica para el estudio de caos clásico y cuántico en estos sistemas.

Siguiendo la Ref. [3], se usó un cambio de variable para transformar la ecuación de Gross-Pitaevskii a coordenadas de pseudo-espín. Al hacer esto se obtiene un sistema de ecuaciones dinámicas acopladas en términos de las variables de pseudo-espín. Después se resolvió este sistema de ecuaciones con el software *Mathematica*, por lo cual obtuvimos unas series de graficas al variar diversos parametros (interacción y bombeo) que influyen en el comportamiento del sistema para identificar diferentes regímenes de la dinámica.

II. FLUIDOS POLARITÓNICOS

¿Qué son los fluidos polaritonicos interactuantes? Para responder esta pregunta debemos decir primero de qué están formados estos fluidos. Están compuestos de unas cuasipartículas llamadas excitones [4].

A. Excitones-polaritones

Un excitón se crea cuando un semiconductor absorbe un fotón con una energía del orden de la brecha entre su banda de valencia y su banda de conducción [5]. Entonces se dice que se genera una excitación fundamental en el semiconductor: la luz cuantizada en forma de fotón excita al electrón y éste sube de la banda de valencia a la banda de conducción dejando atrás un hueco

de carga positiva. El excitón es justo un estado ligado entre el electrón y el hueco que resulta de la interacción coulombiana entre ellos, dado que son una carga positiva y una carga negativa (un protón y un electrón), tal como en el átomo de hidrógeno. Es entonces que aparece este nuevo objeto como una excitación colectiva en el material y que persiste durante cierto tiempo como un estado ligado [5].

Si uno calcula el espectro de este objeto resulta ser similar al del átomo de hidrógeno con la única diferencia de que no es una partícula libre porque sólo vive dentro del semiconductor y su energía de ligadura depende de la constante dieléctrica del material. El excitón es como una excitación elemental en el semiconductor que transporta energía pero no transporta carga eléctrica [1].

Cuando el acoplamiento entre un fotón y un excitón se vuelve lo suficientemente fuerte, ya no se puede pensar en las dos partículas como estados propios separados; en cambio, se debe hablar de un polaritón, una superposición cuántica de un fotón y la excitación electrónica [6].

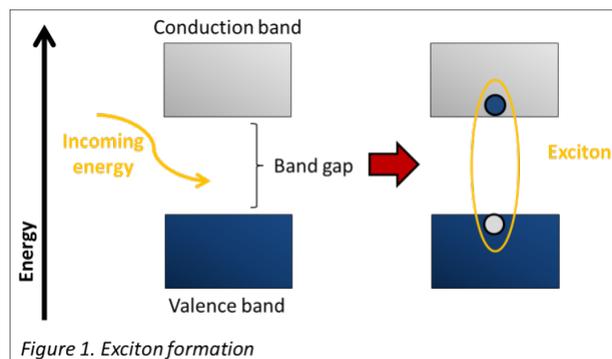


Figura 1: Excitones. Imagen Tomada de Ref. [7]

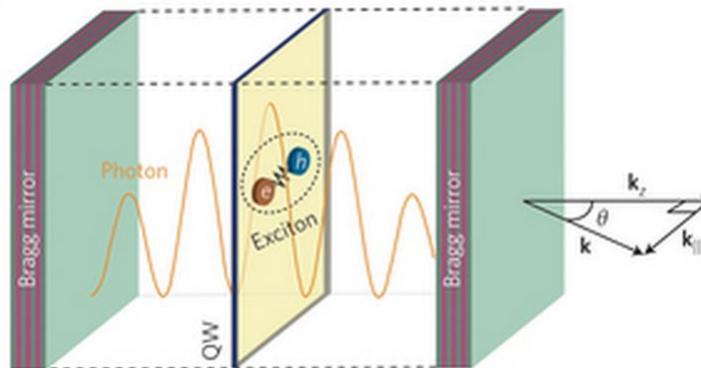


Figura 2: Excitón-Polaritón. Imagen Tomada de Ref. [8]

B. Fluidos de polaritones

Al iluminar el semiconductor con una intensidad de luz finita entonces se crean varios excitones y podemos pensar esto como un gas de átomos de hidrógeno dentro del semiconductor. En general el excitón no es un bosón. Sin embargo si se crea una baja densidad baja de ellos, entonces se pueden considerar como tales. Al ser bosones los excitones no respetan el principio de exclusión de Pauli (a bajas densidades) por lo que pueden exhibir el fenómeno de condensación de Bose-Einstein [9], esto es, conforme se baja la temperatura de un gas de bosones débilmente interactuantes existe una temperatura crítica debajo del cual surge la fase condensada. Al disminuir la temperatura las partículas dejan de comportarse como partículas clásicas y adquieren características cuánticas: un comportamiento ondulatorio. Al seguir bajando la temperatura se crea un traslape de las funciones de ondas y al cruzar la temperatura crítica todos los excitones (bosones) ocupan el mismo estado cuántico macroscópico o condensado de Bose-Einstein.

Ahora, podemos combinar los excitones con la luz. A través del acoplamiento fuerte entre la luz y la materia que se logra con las microcavidades podemos crear excitones-polaritones: fotones confinados y recubiertos por las excitaciones electrón-agujero. Los polaritones de microcavidad o excitones-polaritones tienen la propiedad de que son bosones dentro un dominio extendido de temperatura y densidades gracias a sus masas pequeñas (origen fotónico), por lo que debido a sus propiedades materiales pueden formar gases cuánticos y exhibir condensación de BEC, superfluidez y superconductividad [2]

Los BEC de excitones-polaritones tienen características específicas muy útiles para diversas aplicaciones. Una de ellas es que son sensibles a la polarización de la luz. Se pueden crear entonces fluidos de polaritones con dos posibles proyecciones de espín (arriba / abajo), correspondientes a las polarizaciones circulares (derecha / izquierda) de la luz bombeada sobre el semiconductor. Por lo tanto es posible generar fluidos polaritónicos con espín diferentes.

C. **Caos en fluidos polaritónicos**

Una de las motivaciones para estudiar a los fluidos polaritónicos y que alienta este trabajo es la posibilidad de realizar experimentos donde un dímero de polaritones bajo excitación no resonante puede, en principio, exhibir una dinámica caótica, ya que esta descrito por un sistema autónomo de tres ecuaciones no lineales, que es el número mínimo de ecuaciones no lineales requeridas para la aparición del caos.

El caos en sí mismo aparece en el comportamiento de sistemas dinámicos cuyos movimientos no es constante ni periódico. A pesar de la complejidad de estos movimientos, comúnmente ocurren en sistemas que en sí mismos no son complejos e incluso sorprendentemente simples. En un sistema dinámico (un sistema de N ecuaciones diferenciales ordinarias, autónomas de primer orden) que evoluciona con el tiempo (continuo o discreto), para el caso de un sistema dinámico de tiempo continuo el caos aparece con $N \geq 3$. En el caso de los mapeos de tiempo discreto, que normalmente se obtienen al reducir la dimensionalidad de un sistema (mediante la técnica de superficie de sección de Poincaré) es, en cambio, $N \geq 2$.

El comportamiento o movimiento en un sistema dinámico puede representarse sobre el espacio fase. La dinámica caótica es tal que muestra una dependencia exponencialmente sensible de las condiciones iniciales. La sensibilidad exponencial de las soluciones caóticas significa que, a medida que pasa el tiempo, los pequeños errores en la solución pueden crecer muy rápidamente (es decir, exponencialmente) con el tiempo. Por lo tanto, dado el estado de un sistema caótico, su futuro se vuelve difícil de predecir después de cierto punto [10]

En este proyecto, estudiamos los resultados presentados referencia [3] donde se exhibe que el modelo realista de dímero de polaritón con dos condensados alimentados de forma no resonante

por dos reservorios (del francés *réservoir*) de polaritones independientes posee una dinámica caótica. Aparece en números de ocupación intermedios y también puede extenderse a regímenes de bombeo altos. En lo que sigue estudiaremos las ecuaciones de movimiento que describen la dinámica de estos fluidos polaritónicos interactuantes como función de algunos parámetros relevantes del sistema.

III. ECUACIONES DINÁMICAS PARA FLUIDOS INTERACTUANTES

Consideramos dos condensados de polaritones con espín distinto (dos especies distintas), descritos por los parámetros de orden Ψ_{+1} y Ψ_{-1} , que obedecen a las ecuaciones de Gross-Pitaevskii [11]:

$$\frac{d\Psi_{\pm 1}}{dt} = \frac{1}{2}(rN_{\pm 1} - \Gamma)\Psi_{\pm 1} - \frac{1}{2}(\gamma - i\varepsilon)\Psi_{\mp 1} - \frac{i}{2}[g_1|\Psi_{\pm 1}|^2 + g_2|\Psi_{\mp 1}|^2]\Psi_{\pm 1}, \quad (1)$$

acopladas a las ecuaciones para las densidades $N_{\pm 1}$ de los dos reservorios excitados no resonante-mente,

$$\frac{dN_{\pm 1}}{dt} = P - [\Gamma_R + r|\Psi_{\mp 1}|^2]N_{\pm 1}. \quad (2)$$

En estas expresiones, Γ y Γ_R son las tasas de disipación del polaritón y del reservorio, respectivamente. r define la tasa con la cual el condensado absorbe polaritones y P es el bombeo externo no resonante que los crea. Se supone que este último es el mismo para ambos depósitos, por lo que el sistema de eqs. 1 y 2 es simétrico ante el operador de paridad que cambia el espín de los polaritones.

ε es un acoplamiento de tunelaje de Josephson entre los dos condensados, acompañado de un canal de decaimiento γ . El primero define la posibilidad de crear estados ligados y anti-ligados; el segundo la diferencia en el decaimiento de estos dos [12]

Finalmente, los parámetros g_1 y g_2 definen la interacción de polaritones con el mismo o diferente espín, respectivamente. Estos parámetros, combinados con el bombeo permiten observar diferentes tipos de dinámica, como se discutirá más adelante.

Con el fin de tratar con cantidades observables como las densidades de los fluidos, ahora, se introducen parámetros re-escalados $\psi_{\pm 1} = (r/\Gamma_R)\Psi_{\pm 1}$, las ocupaciones del reservorio $\tilde{N}_{\pm 1} = rN_{\pm 1}$, las constantes de interacción $\alpha_{1,2} = (\Gamma_R/r)g_{1,2}$, y el bombeo externo $p = rP/\Gamma_R$. La

ecuación 2 se escribe entonces como:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r} \frac{d\tilde{N}_{\pm 1}}{dt} &= p \frac{\Gamma_R}{r} - \left[\Gamma_R + r \frac{\Gamma_R}{r} |\psi_{\pm 1}|^2 \right] \frac{\tilde{N}_{\pm 1}}{r} \\
 \frac{d\tilde{N}_{\pm 1}}{dt} &= p\Gamma_R - \Gamma_R(1 + |\psi_{\pm 1}|^2)\tilde{N}_{\pm 1} \\
 \Gamma_R^{-1} \frac{d\tilde{N}_{\pm 1}}{dt} &= p - (1 + n_{\pm 1})\tilde{N}_{\pm 1}
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde $n_{\pm 1} = |\psi_{\pm 1}|^2$ son las densidades de los condensados.

A continuación, trabajamos en la aproximación de reservorio adiabático, comúnmente utilizada para sistemas de condensado de polaritón, que se puede aplicar en el límite de disipación rápida del reservorio, $\Gamma_R \gg \Gamma$. En este caso, el lado derecho de la ecuación 3 se hace igual a cero, y las ocupaciones del reservorio son $\tilde{N}_{\pm 1} = p/(1 + n_{\pm 1})$. Los parámetros de orden luego evolucionan de acuerdo con las ecuaciones:

$$\frac{d\psi_{\pm 1}}{dt} = \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{\pm 1}} - \Gamma \right] \psi_{\pm 1} - \frac{1}{2}(\gamma - i\varepsilon)\psi_{\mp 1} - \frac{i}{2}[\alpha_1|\psi_{\pm 1}|^2 + \alpha_2|\psi_{\mp 1}|^2]\psi_{\pm 1}. \tag{4}$$

Estas serán las ecuaciones que resolveremos para estudiar la dinámica.

IV. VARIABLES DE MOMENTO ANGULAR

Conviene cambiar de variables y usar variables de momento angular (o de pseudo-espín). Esto permitirá resolver con mayor facilidad las ecuaciones para determinar los parámetros de orden del condensado. Obtenemos las componentes de spin con la siguiente formula:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \Psi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \Psi,$$

donde $\Psi^\dagger = [\psi_+^\dagger \psi_-^\dagger]$, es el conjugado de $\Psi = [\psi_+ \psi_-]^T$ ($\psi_{\pm} = \sqrt{n_{\pm}} e^{i(\Phi_{\mp} \pm \phi)}$) y $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son las matrices de Pauli:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

A. Cálculo de las componentes

En lo que sigue calculamos cada una de las componentes del pseudo-espín. La primer componente es:

$$\begin{aligned}
S_x &= \frac{1}{2}[\psi_+^\dagger \psi_-^\dagger] \sigma_x [\psi_+ \psi_-]^T \\
&= \frac{1}{2}[\sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)}] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{1}{2}[\sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)} \sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)}] [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{1}{2}(\sqrt{n_+ n_-} e^{-2i\phi} + \sqrt{n_+ n_-} e^{2i\phi}) \\
&= \sqrt{n_+ n_-} \frac{1}{2}(e^{2i\phi} + e^{-2i\phi}),
\end{aligned}$$

donde $\frac{1}{2}(e^{2i\phi} + e^{-2i\phi}) = \cos(2\phi)$, entonces

$$\boxed{S_x = \sqrt{n_+ n_-} \cos(2\phi)}.$$

Ahora calculamos la siguiente componente:

$$\begin{aligned}
S_y &= \frac{1}{2}[\psi_+^\dagger \psi_-^\dagger] \sigma_y [\psi_+ \psi_-]^T \\
&= \frac{1}{2}[\sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)}] \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{i}{2}[\sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)} - \sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)}] [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{i}{2}(\sqrt{n_+ n_-} e^{-2i\phi} - \sqrt{n_+ n_-} e^{2i\phi}) \\
&= \sqrt{n_+ n_-} \frac{1}{2i}(e^{2i\phi} - e^{-2i\phi}),
\end{aligned}$$

donde $\frac{1}{2i}(e^{2i\phi} - e^{-2i\phi}) = \sin(2\phi)$, entonces

$$\boxed{S_y = \sqrt{n_+ n_-} \sin(2\phi)}.$$

Por último, calculamos la componente en z :

$$\begin{aligned}
S_z &= \frac{1}{2}[\psi_+^\dagger \psi_-^\dagger] \sigma_z [\psi_+ \psi_-]^T \\
&= \frac{1}{2}[\sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)}] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{1}{2}[\sqrt{n_+} e^{-i(\Phi-\phi)} - \sqrt{n_-} e^{-i(\Phi+\phi)}] [\sqrt{n_+} e^{i(\Phi-\phi)} \sqrt{n_-} e^{i(\Phi+\phi)}]^T \\
&= \frac{1}{2}(n_+ - n_-).
\end{aligned}$$

$$S_z = \frac{1}{2}(n_+ - n_-).$$

Esta componente es central para este estudio porque nos da la diferencia entre las densidades de las dos especies de fluidos. Esto nos permitirá analizar la dinámica del sistema de manera clara y distinta.

Con las componentes calculadas anteriormente podemos obtener la magnitud del vector de pseudo-espín \mathbf{S} , que se define como

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{n_+n_-} \cos(2\phi))^2 + (\sqrt{n_+n_-} \sin(2\phi))^2 + \left(\frac{1}{2}(n_+ - n_-)\right)^2} \\ &= \sqrt{n_+n_- \cos^2(2\phi) + n_+n_- \sin^2(2\phi) + \frac{1}{4}(n_+^2 - 2n_+n_- + n_-^2)} \\ &= \sqrt{n_+n_- + \frac{1}{4}(n_+^2 - 2n_+n_- + n_-^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}(n_+^2 + 2n_+n_- + n_-^2)} \\ &= \frac{1}{2}(n_+ + n_-). \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2}(n_+ + n_-).$$

Es decir, el promedio entre las densidades de los fluidos.

B. Cálculo de las derivadas

Ahora, obtengamos la derivada de S_x , esto es:

$$\dot{S}_x = \frac{1}{2} \left[\dot{\psi}_{\pm 1}^\dagger \psi_{\mp 1} + \psi_{\pm 1}^\dagger \dot{\psi}_{\mp 1} + \dot{\psi}_{\mp 1}^\dagger \psi_{\pm 1} + \psi_{\mp 1}^\dagger \dot{\psi}_{\pm 1} \right] \quad (5)$$

donde

$$\dot{\psi}_{\pm 1} = \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{\pm 1}} - \Gamma \right] \psi_{\pm 1} - \frac{1}{2}(\gamma - i\varepsilon)\psi_{\mp 1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{\pm 1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{\mp 1}|^2] \psi_{\pm 1} \quad (6)$$

y su conjugado es

$$\dot{\psi}_{\pm 1}^\dagger = \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{\pm 1}} - \Gamma \right] \psi_{\pm 1}^\dagger - \frac{1}{2}(\gamma + i\varepsilon)\psi_{\mp 1}^\dagger + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{\pm 1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{\mp 1}|^2] \psi_{\pm 1}^\dagger \quad (7)$$

sustituimos en la ecuación (5)

$$\begin{aligned}
\dot{S}_x &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \right. \\
&\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\
&\quad - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\
&\quad + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\
&\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} + \frac{p}{1+n_{-1}} - 2\Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \gamma (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) \right. \\
&\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\
&\quad - \frac{i}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} + \frac{p}{1+n_{-1}} - 2\Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right\}.
\end{aligned}$$

Simplificamos, y sabiendo que $\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} = \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{i2\phi}$ y $\psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} = \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{-i2\phi}$, obtenemos

$$\begin{aligned}
\dot{S}_x &= \left[p \frac{1 + \frac{1}{2}(n_{+1} + n_{-1})}{(1+n_{+1})(1+n_{-1})} - \Gamma \right] \frac{1}{2} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) - \gamma \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) \\
&\quad + \frac{i}{4} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{i2\phi} \\
&\quad - \frac{i}{4} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{-i2\phi} \\
&= \left[p \frac{1 + \frac{1}{2}(n_{+1} + n_{-1})}{(1+n_{+1})(1+n_{-1})} - \Gamma \right] \frac{1}{2} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) - \gamma \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) \\
&\quad - \frac{1}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) - \alpha_2 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2)] \frac{1}{2i} \sqrt{n_{+1}n_{-1}} (e^{i2\phi} - e^{-i2\phi})
\end{aligned}$$

donde

$$S_x = \frac{1}{2} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) \quad (8)$$

$$S = \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) \quad (9)$$

$$S_z = \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) \quad (10)$$

y

$$S_y = \frac{1}{2i} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) \quad (11)$$

Por lo tanto

$$\dot{S}_x = \left[\frac{(1+S)p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma \right] S_x - \gamma S - (\alpha_1 - \alpha_2) S_z S_y$$

Hacemos

$$u(\mathbf{S}) = \frac{(1+S)p}{(1+S)^2 - S_z^2} \quad (12)$$

y

$$\alpha = (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (13)$$

Entonces

$$\boxed{\dot{S}_x = [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_x - \gamma S - \alpha S_z S_y} \quad (14)$$

Continuamos calculando la derivada de S_y

$$\dot{S}_y = \frac{1}{2i} \left[\dot{\psi}_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{+1}^\dagger \dot{\psi}_{-1} - \dot{\psi}_{-1}^\dagger \psi_{+1} - \psi_{-1}^\dagger \dot{\psi}_{+1} \right] \quad (15)$$

Sustituimos las ecuaciones (6) y (7) en (14)

$$\begin{aligned} \dot{S}_y &= \frac{1}{2i} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \right. \\ &\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\ &\quad - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} + \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\ &\quad - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2i} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} + \frac{p}{1+n_{-1}} - 2\Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + i\varepsilon (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) \right. \\ &\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\ &\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) + \alpha_2 (|\psi_{-1}|^2 - |\psi_{+1}|^2)] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} + \frac{p}{1+n_{-1}} - 2\Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right\} \end{aligned}$$

Simplificamos, y sabiendo que $\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} = \sqrt{n_{+1}n_{-1}}e^{i2\phi}$ y $\psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} = \sqrt{n_{+1}n_{-1}}e^{-i2\phi}$, obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{S}_y &= \left[p \frac{1 + \frac{1}{2}(n_{+1} + n_{-1})}{(1 + n_{+1})(1 + n_{-1})} - \Gamma \right] \frac{1}{2i} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) + \varepsilon \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) \\ &\quad + \frac{1}{4} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) - \alpha_2 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2)] \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{i2\phi} \\ &\quad + \frac{1}{4} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) - \alpha_2 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2)] \sqrt{n_{+1}n_{-1}} e^{-i2\phi} \\ &= \left[p \frac{1 + \frac{1}{2}(n_{+1} + n_{-1})}{(1 + n_{+1})(1 + n_{-1})} - \Gamma \right] \frac{1}{2i} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1}) + \varepsilon \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} [\alpha_1 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) - \alpha_2 (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2)] \frac{1}{2} \sqrt{n_{+1}n_{-1}} (e^{i2\phi} + e^{-i2\phi})\end{aligned}$$

y por las ecuaciones (8), (10) y (11)

$$\dot{S}_y = \left[\frac{(1 + S)p}{(1 + S)^2 - S_z^2} - \Gamma \right] S_y + \varepsilon S_z + (\alpha_1 - \alpha_2) S_z S_x$$

y de (12) y (13), obtenemos

$$\boxed{\dot{S}_y = [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_y + \varepsilon S_z + \alpha S_z S_x} \quad (16)$$

Continuamos con la derivada de S_z

$$\dot{S}_z = \frac{1}{2} [\dot{\psi}_{+1}^\dagger \psi_{+1} + \psi_{+1}^\dagger \dot{\psi}_{+1} - \dot{\psi}_{-1}^\dagger \psi_{-1} - \psi_{-1}^\dagger \dot{\psi}_{-1}] \quad (17)$$

Sustituimos las ecuaciones (6) y (7) en (17)

$$\begin{aligned}\dot{S}_z &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right. \\ &\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} + \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\ &\quad - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1 + n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{p}{1 + n_{+1}} - \Gamma \right] |\psi_{+1}|^2 - \left[\frac{p}{1 + n_{-1}} - \Gamma \right] |\psi_{-1}|^2 \right. \\ &\quad \left. - i\varepsilon \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} + i\varepsilon \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \right\} \\ &= \frac{p}{2} \left[\frac{1}{1 + n_{+1}} |\psi_{+1}|^2 - \frac{1}{1 + n_{-1}} |\psi_{-1}|^2 \right] - \Gamma \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2) \\ &\quad - \varepsilon \frac{1}{2i} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1})\end{aligned}$$

y de las ecuaciones (10) y (11)

$$\dot{S}_z = \frac{p}{2} \frac{|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2 + |\psi_{+1}|^2 n_{-1} - |\psi_{-1}|^2 n_{+1}}{(1+n_{+1})(1+n_{-1})} - \Gamma S_z - \varepsilon S_y$$

y sabemos que $|\psi_{+1}|^2 = n_{+1}$ y $|\psi_{-1}|^2 = n_{-1}$, entonces

$$\begin{aligned} \dot{S}_z &= p \frac{\frac{1}{2}(|\psi_{+1}|^2 - |\psi_{-1}|^2)}{1+n_{+1}+n_{-1}+n_{+1}n_{-1}} - \Gamma S_z - \varepsilon S_y \\ &= \frac{S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma S_z - \varepsilon S_y \\ &= \frac{(1+S)S_z p - S S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma S_z - \varepsilon S_y \\ &= \frac{(1+S)S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma S_z - \frac{S S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \varepsilon S_y \\ &= \left[\frac{(1+S)p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma \right] S_z - \frac{S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} S - \varepsilon S_y \end{aligned}$$

de (12) y hacemos

$$v(\mathbf{S}) = -\frac{S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} \quad (18)$$

obtenemos

$$\boxed{\dot{S}_z = [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_z + v(\mathbf{S}) S - \varepsilon S_y} \quad (19)$$

Por último calculamos la derivada de S

$$\dot{S} = \frac{1}{2} \left[\dot{\psi}_{+1}^\dagger \psi_{+1} + \psi_{+1}^\dagger \dot{\psi}_{+1} + \dot{\psi}_{-1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{-1}^\dagger \dot{\psi}_{-1} \right] \quad (20)$$

Sustituimos las ecuaciones (6) y (7) en (19)

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} \right. \\
&\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\
&\quad - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{+1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{-1}|^2] \psi_{+1}^\dagger \psi_{+1} \\
&\quad + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} - \frac{1}{2} (\gamma + i\varepsilon) \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \\
&\quad + \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} + \frac{1}{2} \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} (\gamma - i\varepsilon) \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} - \frac{i}{2} [\alpha_1 |\psi_{-1}|^2 + \alpha_2 |\psi_{+1}|^2] \psi_{-1}^\dagger \psi_{-1} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{p}{1+n_{+1}} - \Gamma \right] |\psi_{+1}|^2 + \left[\frac{p}{1+n_{-1}} - \Gamma \right] |\psi_{-1}|^2 \right. \\
&\quad \left. - \gamma \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1} - \gamma \psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} \right\} \\
&= \frac{p}{2} \left[\frac{1}{1+n_{+1}} |\psi_{+1}|^2 + \frac{1}{1+n_{-1}} |\psi_{-1}|^2 \right] - \Gamma \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) \\
&\quad - \gamma \frac{1}{2} (\psi_{+1}^\dagger \psi_{-1} + \psi_{-1}^\dagger \psi_{+1})
\end{aligned}$$

y de las ecuaciones (8) y (9)

$$\dot{S} = \frac{p}{2} \frac{|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2 + |\psi_{+1}|^2 n_{-1} + |\psi_{-1}|^2 n_{+1}}{(1+n_{+1})(1+n_{-1})} - \Gamma S - \gamma S_x$$

y sabemos que $|\psi_{+1}|^2 = n_{+1}$ y $|\psi_{-1}|^2 = n_{-1}$, entonces

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= p \frac{\frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 + |\psi_{-1}|^2) + \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 |\psi_{-1}|^2 + |\psi_{-1}|^2 |\psi_{+1}|^2)}{1+n_{+1}+n_{-1}+n_{+1}n_{-1}} - \Gamma S - \gamma S_x \\
&= p \frac{S + \frac{1}{2} (|\psi_{+1}|^2 |\psi_{-1}|^2 + |\psi_{-1}|^2 |\psi_{+1}|^2)}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma S - \gamma S_x \\
&= p \frac{(1+S)S - S_z S_z}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma S - \gamma S_x \\
&= \frac{(1+S)Sp}{(1+S)^2 - S_z^2} - \frac{S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} S_z - \Gamma S - \gamma S_x \\
&= \left[\frac{(1+S)p}{(1+S)^2 - S_z^2} - \Gamma \right] S - \frac{S_z p}{(1+S)^2 - S_z^2} S_z - \gamma S_x
\end{aligned}$$

de (12) y (18), obtenemos

$$\boxed{\dot{S} = [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S + v(\mathbf{S}) S_z - \gamma S_x} \quad (21)$$

A modo de resumen, las ecuaciones dinámicas acopladas en términos de las variables de pseudo-espín que hay que resolver son:

$$\begin{aligned}\dot{S}_x &= [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_x - \gamma S - \alpha S_z S_y \\ \dot{S}_y &= [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_y + \varepsilon S_z + \alpha S_z S_x \\ \dot{S}_z &= [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S_z + v(\mathbf{S}) S - \varepsilon S_y \\ \dot{S} &= [u(\mathbf{S}) - \Gamma] S + v(\mathbf{S}) S_z - \gamma S_x\end{aligned}$$

V. RESULTADOS DE LA SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DINÁMICAS

El sistema de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneo se resolvió numéricamente en el software *Mathematica* con ciertas condiciones iniciales, ya en general no tienen solución analítica. Las condiciones iniciales que usamos de ejemplo fueron

$$S_x(0) = 0, \quad S_y(0) = 0.2, \quad S_z(0) = 0.3, \quad S(0) = 0.5,$$

donde todas se tomaron en $t = 0$. Se consideraron estas condiciones iniciales porque el conjunto de soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales generan un comportamiento caótico siguiendo la Ref [3]. Estas condiciones iniciales asumen un imbalance entre los dos fluidos ($S_z(0) \neq 0$) y un flujo inicial de uno al otro $S_y(0) \neq 0$.

Como se mencionó antes, el observable a estudiar fue S_z que significa el estado de desequilibrio de ocupación de los dos condensados de Bose-Einstein de polariton de espín arriba y abajo, es decir, la diferencia o imbalance entre las densidades de los dos condensados. Los parámetros que se utilizaron fueron $\gamma = 0.5$, $\varepsilon = 2$ y $\Gamma = 1$.

A continuación vamos a variar dos parámetros relevantes del sistema. Por una parte cambiaremos el bombeo externo de la luz que crea a los polaritones variando el parámetro $p = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5$. Por otro lado, cambiaremos el parámetro que determina la intensidad relativa de las interacciones, es decir, $\alpha = -1.5, -1.0, -0.5, 0, 0.5, 1.0, 2.0$. $\alpha = 0.0$ significa que las interacciones en los fluidos consigo mismos y con el otro tienen la misma intensidad. Un valor de α muy negativo significa que las interacciones entre fluidos con diferente espín son más grandes, mientras que un valor positivo indica que las interacciones en el mismo fluido son mayores que entre ellos.

A continuación se muestra los resultados para S_z como función del tiempo para los diferentes valores de los parámetros.

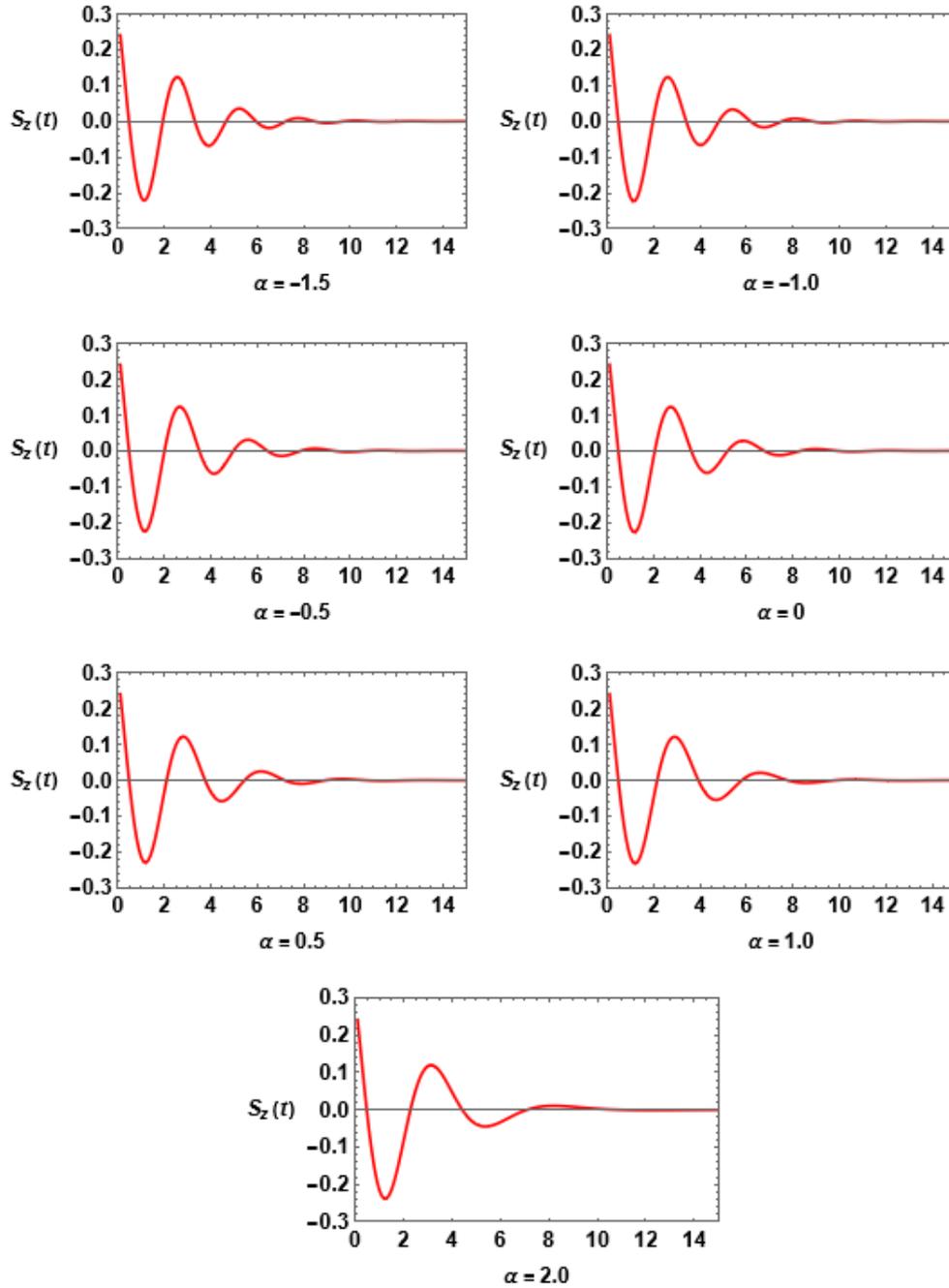


Figura 3: Para un bombeo de $p = 1.0$

En la Fig. 3 se muestra el resultado para un bombeo poco intenso de $p = 1.0$, y para diferentes valores del parametro α . Observamos que a un tiempo corto, la población de polaritones oscila entre los polaritones de espín-arriba y los polaritones de espín-abajo. Después de un tiempo relativamente corto, las densidades tienden un a un estado de equilibrio donde las dos poblaciones de espines arriba y abajo de los polaritones se igualan ($S_z(t) \rightarrow 0$). Al variar α observamos que el

comportamiento no se alterado, es decir, las interacciones no juegan un rol relevante en el cambio temporal de las densidades de los polaritones.

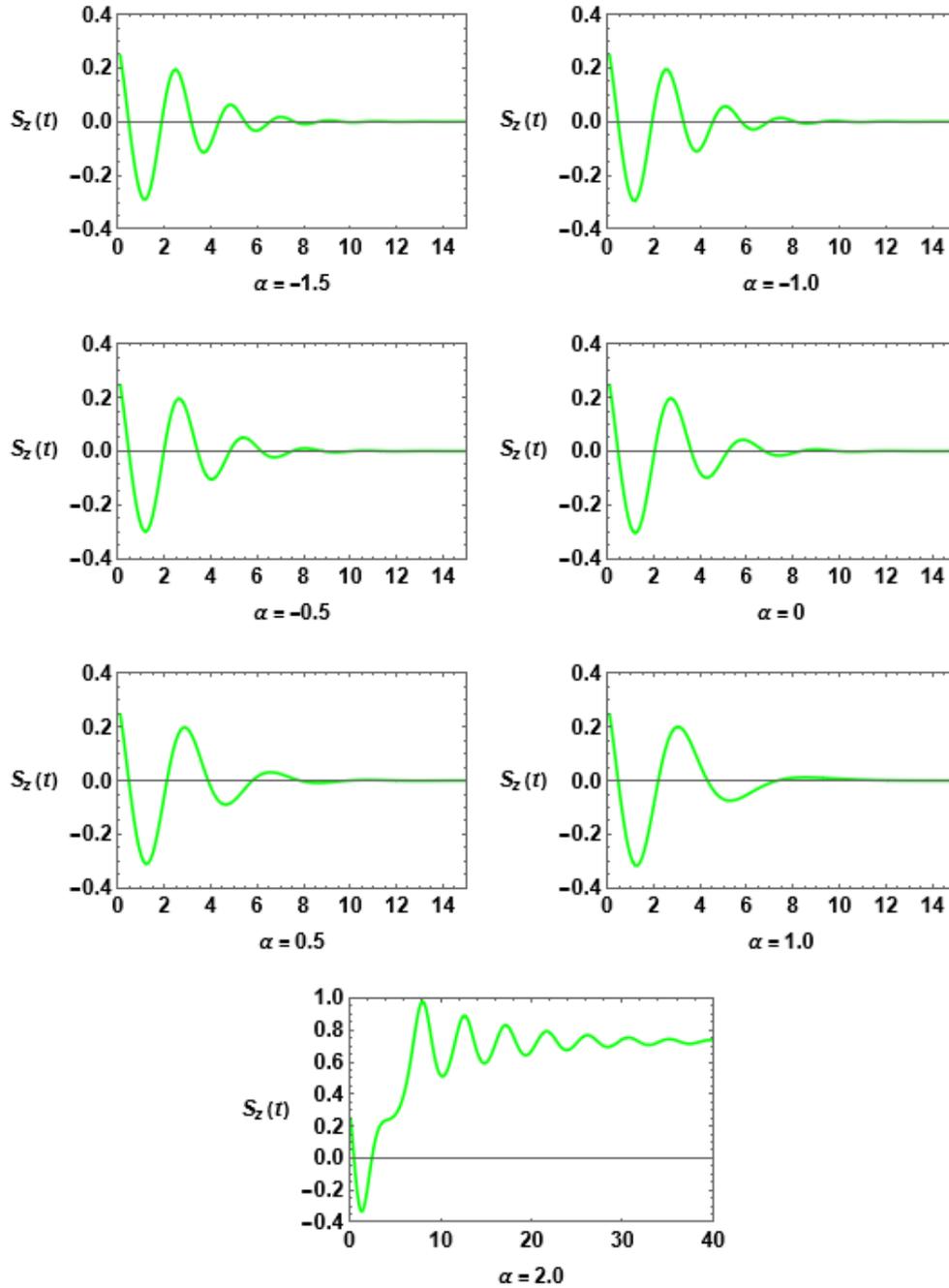


Figura 4: Para un bombeo de $p = 1.5$

En la Fig. 4 se muestra el caso de $p = 1.5$, y para los mismos valores del parametro $\alpha = -1.5, -1.0, -0.5, 0, 0.5, 1.0$ (constante de interacción de polaritones) observamos que es el mismo comportamiento descrito que en la Fig. 3. Sin embargo, notamos que al alcanzar el valor $\alpha = 2.0$

la dinámica cambia. Los polaritones con espín-arriba se vuelven los dominantes, rompiéndose el balance entre los dos fluidos y se tiende a un estado de equilibrio en el que la población de polaritones de espín arriba se mantiene.

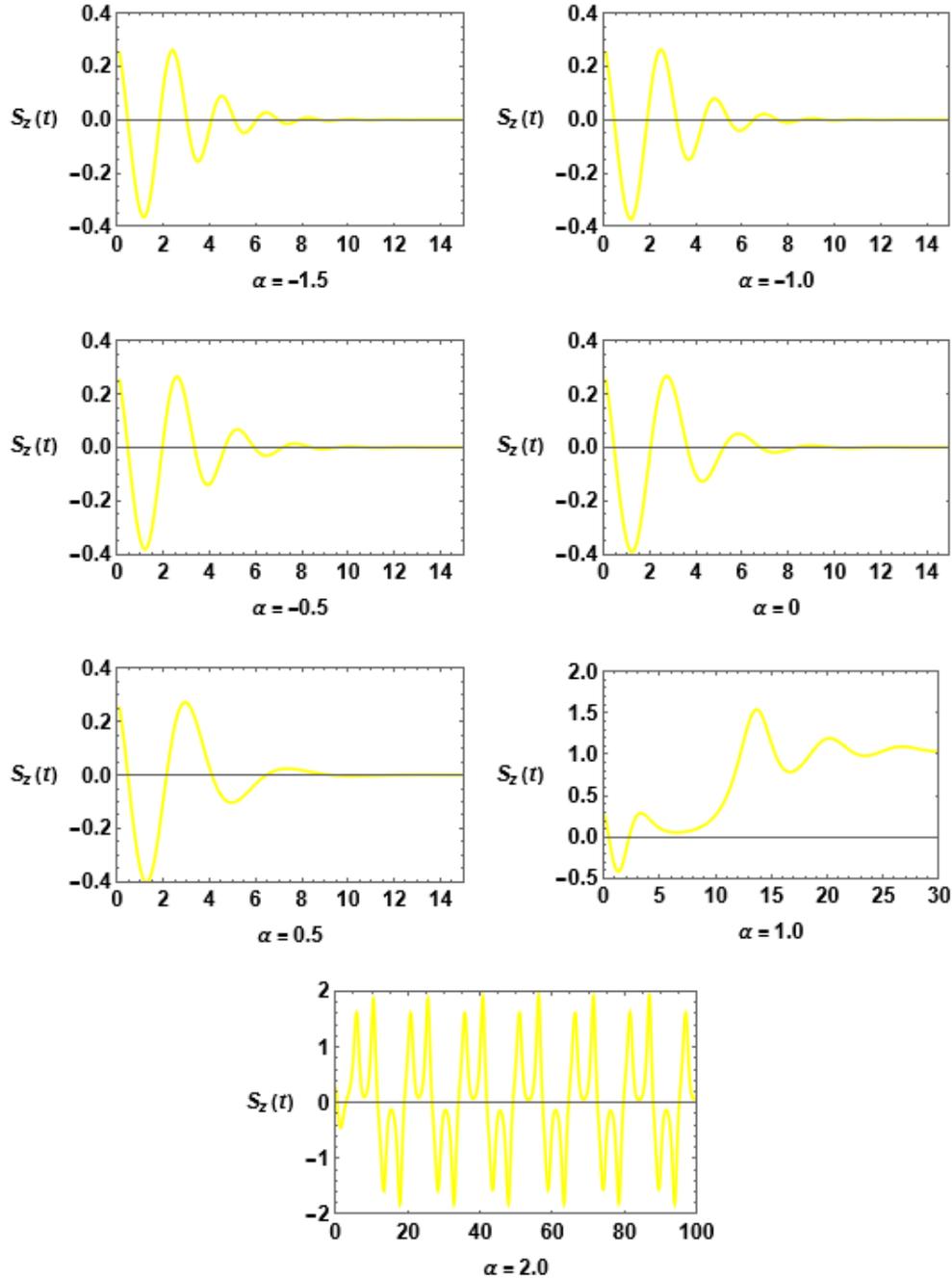


Figura 5: Para un bombeo de $p = 2.0$

El caso de un bombeo de $p = 2.0$ se ilustra en la Fig. 5. Observamos que es el mismo comportamiento descrito que en la Fig. 5. Sin embargo, una vez más, la situación cambia cuando el valor

de α se incrementa. Ahora para $\alpha = 1.0$ las oscilaciones se ven muy perturbadas. Aunque se alcanza un equilibrio a tiempos más largos como en el caso anterior con un desbalance entre las poblaciones. Aún más radical es lo que sucede para $\alpha = 2.0$ Aquí las oscilaciones tienen más estructura y la población de polaritones de espín arriba y abajo varía con el tiempo sin alcanzar el equilibrio.

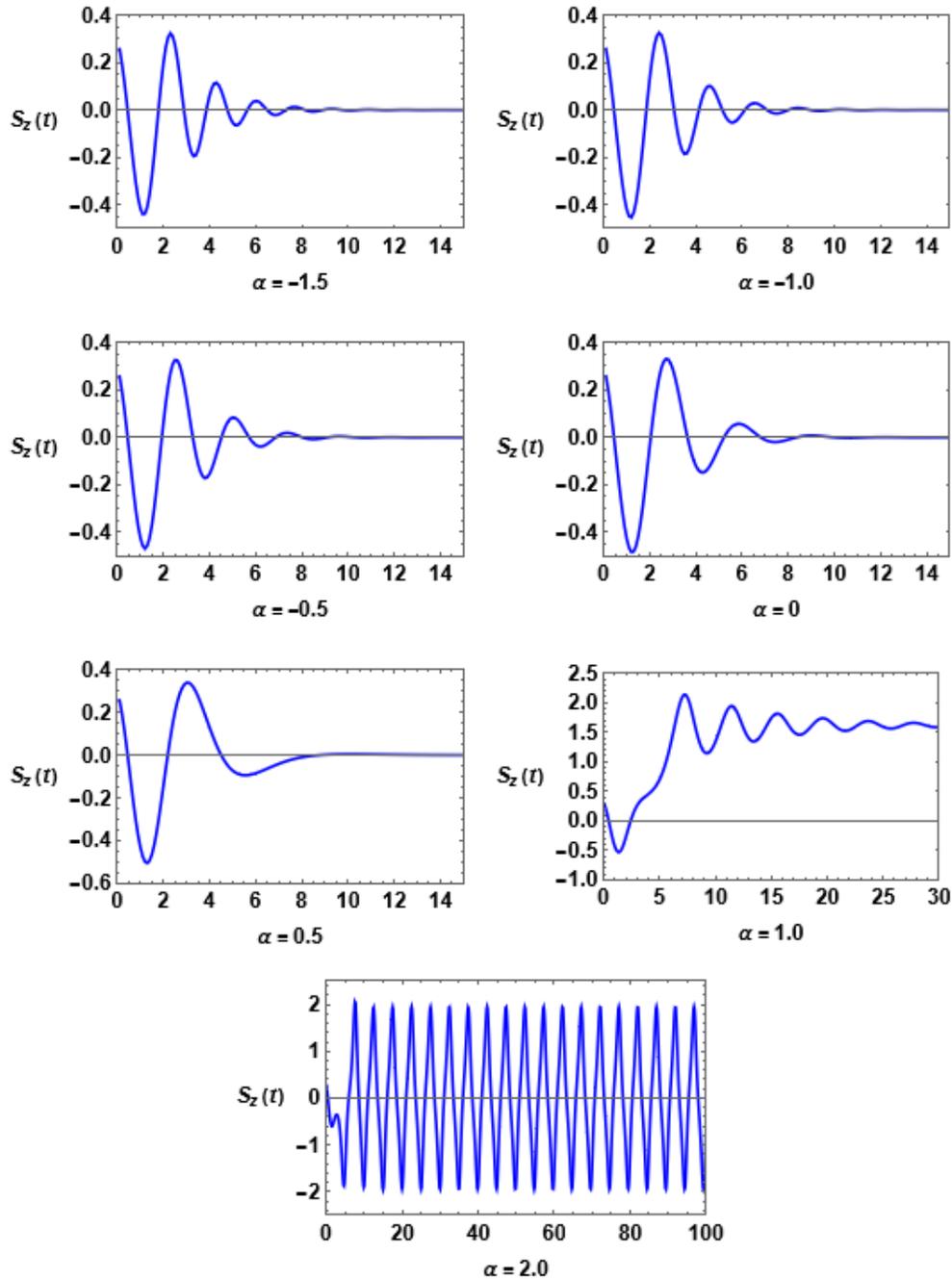


Figura 6: Para un bombeo de $p = 2.5$

Para un bombeo de $p = 2.5$ (Fig. 6) el comportamiento es nuevamente observamos que es el mismo comportamiento descrito que en las figuras anteriores. Para el parametro $\alpha = 2.0$, sin embargo, observamos que la población de polaritones de espin arriba y abajo oscila muy rápidamente de una dirección de espín a la otra sin alcanzar el equilibrio. Lo que concluimos de esto es que la interacción de los fluidos consigo mismo provoca que las oscilaciones entre la densidad sean mucho más rápidas. Esto se repetirá para los mismos valores de $\alpha = 2.0$ en los casos siguientes.

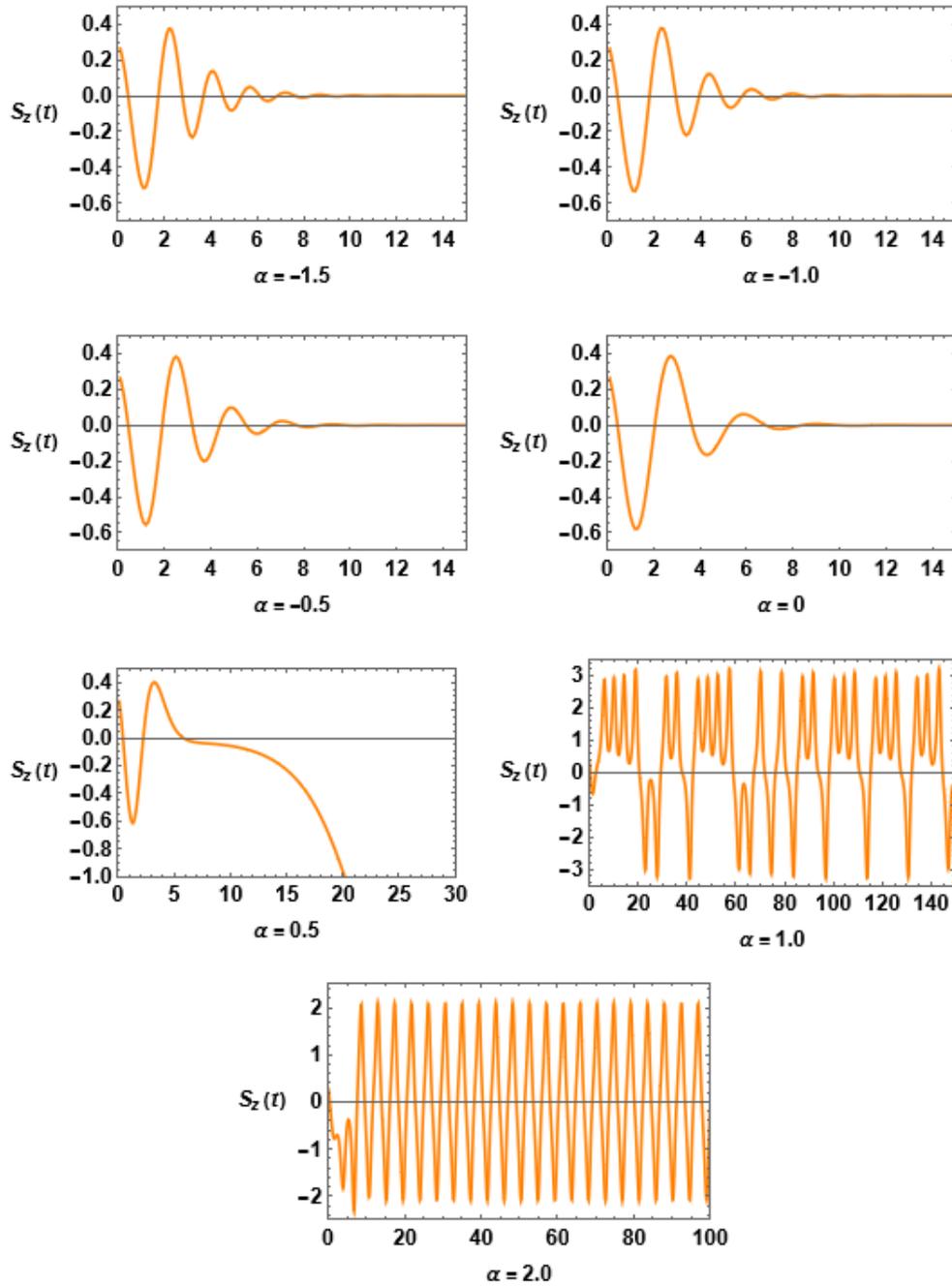


Figura 7: Para un bombeo de $p = 3.0$

Para un bombeo de $p = 3.0$ (Fig. 7), y para los valores del parametro $\alpha = -1.5, -1.0, -0.5, 0$ observamos que es el mismo comportamiento descrito que en la Figura 3. Pero para el valor del parametro $\alpha = 0.5$ hay un estado de desequilibrio donde la población de polaritones de espín abajo se mantiene, y para el parametro $\alpha = 1.0, 2.0$ la población de polaritones de espín arriba y abajo varia con el tiempo y nunca tiende al equilibrio.

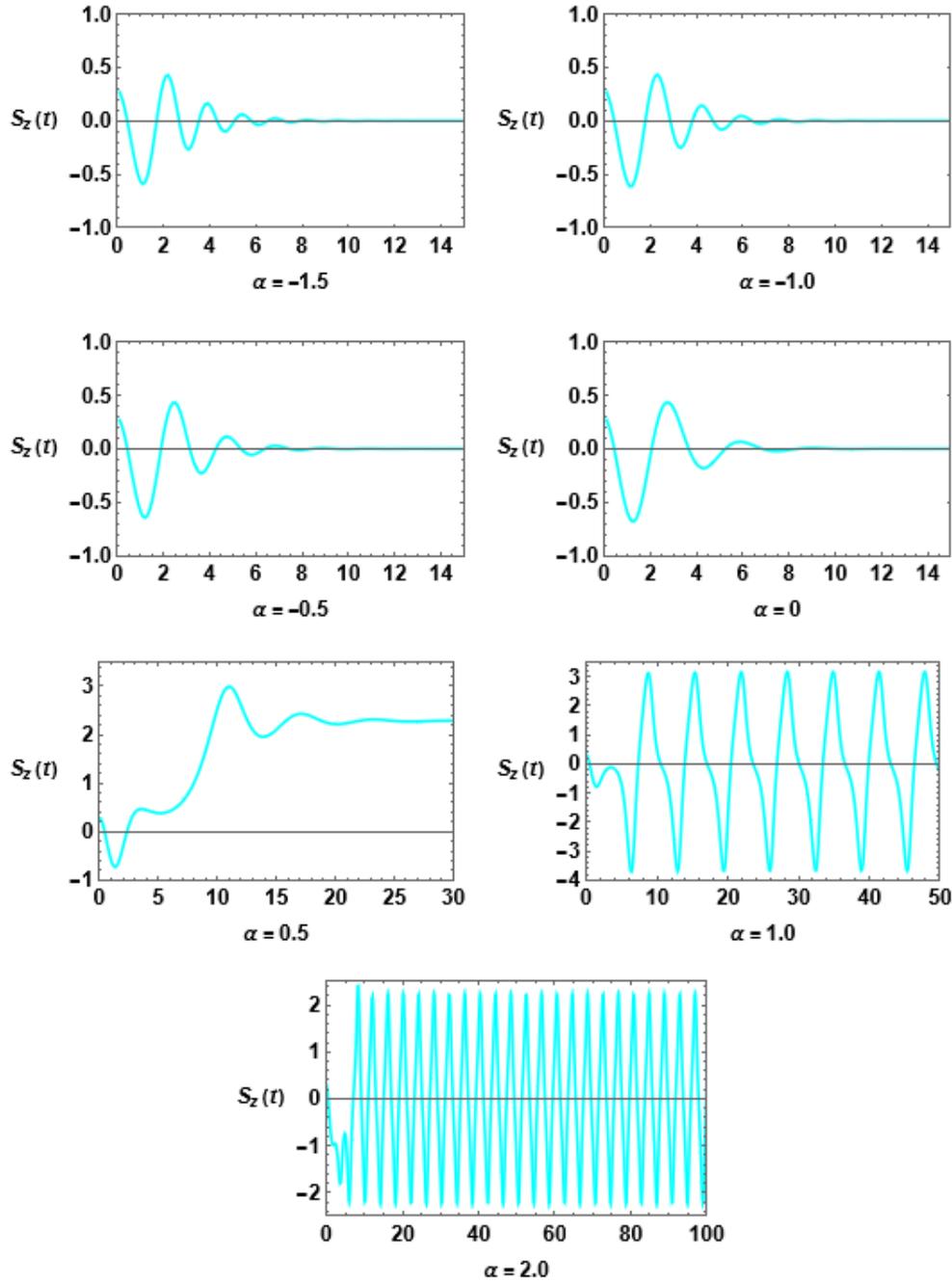


Figura 8: Para un bombeo de $p = 3.5$

Finalmente, para un bombeo elevado de $p = 3.5$, y para los valores del parametro $\alpha = -1.5, -1.0, -0.5, 0$ (véase Fig. 8) podemos observar que se repiten los comportamientos anteriores. Pero para el valor del parametro $\alpha = 0.5$ hay un estado de desequilibrio donde la población de polaritones de espín arriba se mantiene, y para el parametro $\alpha = 1.0, 2.0$ la población de polaritones de espín arriba y abajo varia con el tiempo y nunca tiende al equilibrio. Notamos que, a

diferencia de lo que sucede en la figura 7 para $\alpha = 1.0$ las oscilaciones son más suaves, mientras que para $\alpha = 2.0$ son más rápidas.

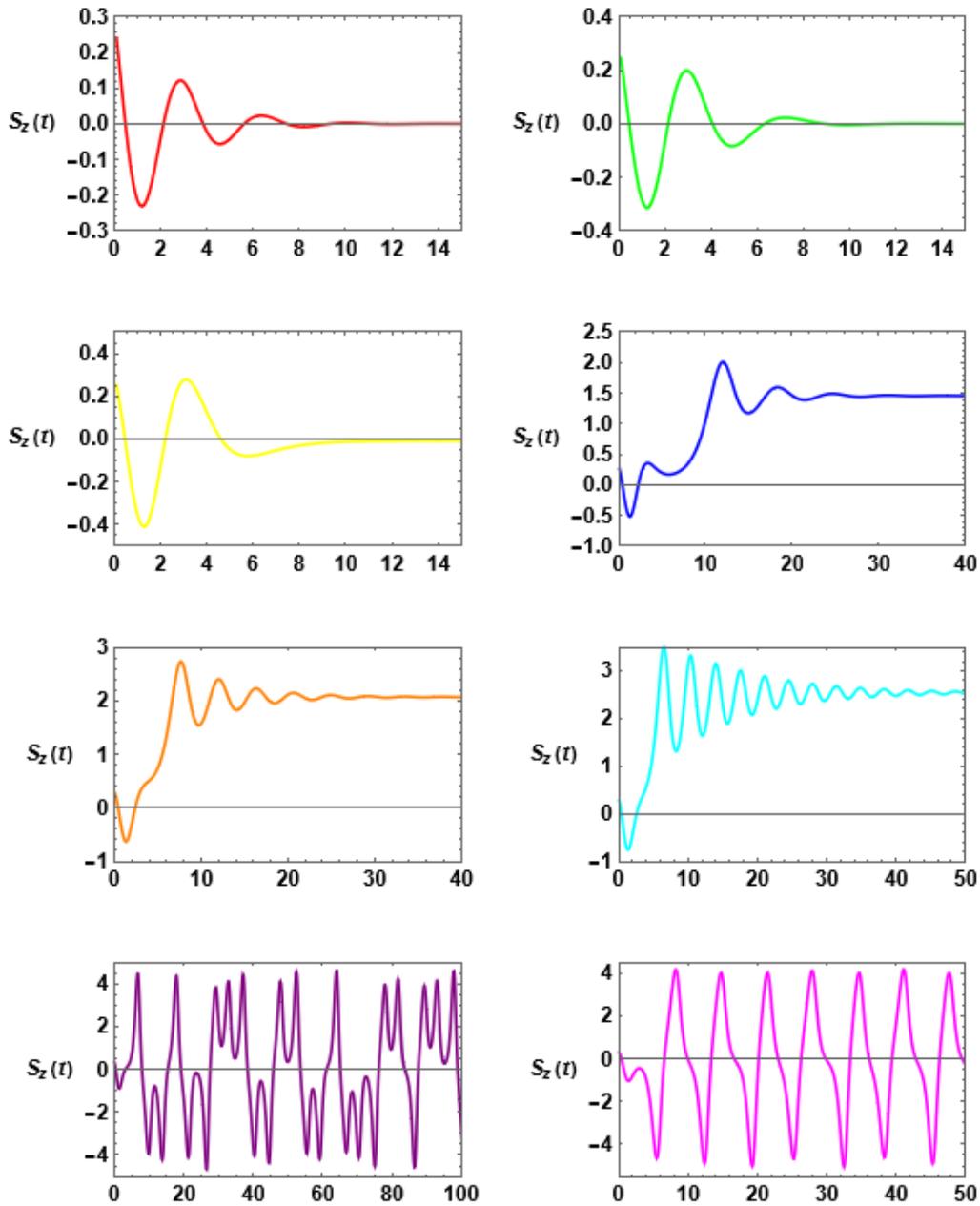


Figura 9: Para el parametro de interacción $\alpha = 0.75$.

En estas graficas variamos el bombeo a los valores $p = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5$, y manteniendo constante el parametro de interacción de polaritones a $\alpha = 0.75$. En la curvas de colores rojo, verde y amarillo se muestra el resultado para los bombeos de poca intensidad de $p = 1.0, 1.5, 2.0$. Observamos que a un tiempo corto, la poblacion de polaritones oscila entre los

polaritones de espín-arriba y los polaritones de espín-abajo. Después de un tiempo relativamente corto, las densidades tienden a un estado de equilibrio donde las dos poblaciones de espines arriba y abajo de los polaritones se igualan ($S_z(t) \rightarrow 0$). Para las curvas de color azul, naranja y cian se muestra el resultado para los bombeos de poca intensidad de $p = 2.5, 3.0, 3.5$. Notamos que los polaritones con espín-arriba se vuelven los dominantes, rompiéndose el balance entre los dos fluidos y se tiende a un estado de equilibrio en el que la población de polaritones de espín arriba se mantiene. Por último las curvas de color morado y magenta con bombeos de $p = 4.0, 4.5$. Aquí las oscilaciones tienen más estructura y la población de polaritones de espín arriba y abajo varía con el tiempo sin alcanzar el equilibrio.

VI. CONCLUSIONES

En este proyecto estudiamos la dinámica de dos fluidos de polaritones interactuantes entre sí, basándonos en los resultados de la Ref.[3]. Se identificaron diversos regímenes dinámicos en los que se alcanzan estados de equilibrio, o no. Para ciertos valores del bombeo y las interacciones es posible observar un comportamiento irregular que se puede atribuir al caos. Queda entonces, como trabajo futuro, explorar la dinámica de estos sistemas de manera cuantitativa. Por ejemplo, separar el espacio de parámetros de acuerdo a los puntos de estabilidad de la dinámica y calcular los exponentes de Lyapunov. De igual manera, queda pendiente el estudio de diversas condiciones iniciales. Con este trabajo se tiene una plataforma teórica y numérica para el análisis de la dinámica de fluidos polaritónicos interactuantes.

-
- [1] Alexey V Kavokin, Jeremy J Baumberg, Guillaume Malpuech, and Fabrice P Laussy. *Microcavities*, volume 21. Oxford university press, 2017.
 - [2] Iacopo Carusotto and Cristiano Ciuti. Quantum fluids of light. *Reviews of Modern Physics*, 85(1):299, 2013.
 - [3] R. Ruiz-Sánchez, R. Rechtman, and Y. G. Rubo. Autonomous chaos of exciton-polariton condensates. *Phys. Rev. B*, 101:155305, Apr 2020.
 - [4] David W Snoke and Jonathan Keeling. The new era of polariton condensates. *Phys. Today*, 70(10):54–60, 2017.

- [5] Wikipedia contributors. Exciton — Wikipedia, the free encyclopedia. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Exciton&oldid=1011092145>, 2021. [Online; accessed 8-October-2021].
- [6] Michael Spencer. *Structure & Condensation of Exciton-Polaritons in Lead Halide Perovskite Optical Cavities*. PhD thesis, Columbia University, 2021.
- [7] Laureano Cornejo. Formacion excitones - nuevas tecnologías y materiales, ago 2015.
- [8] Wikimedia Commons. File:cavity exciton polariton device.jpg — wikimedia commons, the free media repository, 2020. [Online; accessed 17-October-2021].
- [9] Christopher J Pethick and Henrik Smith. *Bose–Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge university press, 2008.
- [10] Edward Ott. *Chaos in dynamical systems*. Cambridge university press, 2002.
- [11] Yago Baltasar del Valle-Inclán Redondo. *Spin and lattice properties of optically trapped exciton polaritons*. PhD thesis, University of Cambridge, 2018.
- [12] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and Y. G. Rubo. Radiative coupling and weak lasing of exciton-polariton condensates. *Phys. Rev. B*, 85:121301, Mar 2012.